



**Всероссийская олимпиада по физике
имени Дж. К. Максвелла**

**Заключительный этап
Теоретический тур**

Сочи, Сириус, 2018

Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

Авторы задач

7 класс

1. Киреев А.
2. Юдин И.
3. Киреев А.
4. Замятнин М.

8 класс

1. Сеитов А.
2. Замятнин М.
3. Сеитов А.
4. Подolyако Е.

Общая редакция – Замятнин М., Слободянин В.
Верстка – Зикрацкий Г., Елисеев М.

354349, Краснодарский край, г. Сочи
Образовательный центр «Сириус»

7 КЛАСС

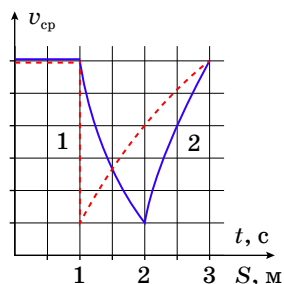
7.1 Пробка

На дороге длиной $L = 50$ км между городами A и B образовалась автомобильная пробка протяженностью $l = 10$ км. От города A до пробки машины едут со скоростью $v_1 = 50$ км/ч при плотности потока $\lambda_1 = 55$ авто/км, в пробке – с некоторой скоростью v при плотности потока $\lambda = 220$ авто/км, а после пробки – со скоростью $v_2 = 100$ км/ч при плотности потока $\lambda_2 = 30$ авто/км. При условии, что протяженность пробки не меняется, определите:

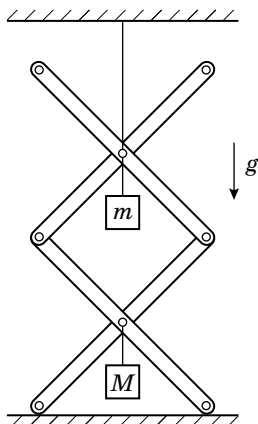
1. С какой скоростью u и в каком направлении смещается пробка?
2. С какой скоростью v едут автомобили в пробке?
3. За какое время τ доедет автомобиль из города A до города B , если в момент его старта, пробка находилась посередине между городами?

7.2 Назойливая муха

По кухне летала назойливая муха, и теоретик Баг решил построить зависимость ее средней скорости и от времени, и от пути на одном графике, отложив по вертикальной оси среднюю скорость, а по горизонтальной – путь и время. Но назойливая муха помешала оцифровать деления на оси скорости. Известно, что за время наблюдения муха меняла свою скорость почти мгновенно и только два раза.



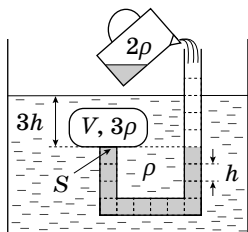
1. Определите какая линия относится к зависимости средней скорости от времени, а какая к зависимости средней скорости от пути.
2. Восстановите оцифровку делений оси средней скорости.
3. Постройте график зависимости скорости мухи от времени.



7.3 Шарниры

Шарнирная конструкция, состоящая из четырех легких одинаковых стержней, удерживается нитью, привязанной к потолку, и опирается на гладкую горизонтальную поверхность. Если к шарнирам, соединяющим центры стержней, подвесить грузы массой m и M , как показано на рисунке, сила натяжения нити окажется равной $T_1 = 30$ Н. При уменьшении массы верхнего груза вдвое, сила натяжения верхней нити уменьшится до $T_2 = 20$ Н. Определите массы грузов m и M и силы реакции N , действующие на стержни со стороны горизонтальной поверхности.

Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Трением в шарнирах можно пренебречь.



7.4 Долив

В жидкость с плотностью ρ полностью погружено однородное тело, симметрично закрывающее изогнутую трубку с площадью поперечного сечения $S = 10$ см². Высота одной секции трубки равна $h = 4$ см, а расстояние от короткого конца трубки до поверхности жидкости составляет $3h$. Объем тела $V = 2hS$. Какой минимальный объем жидкости плотности 2ρ надо долить в трубку, чтобы тело оторвалось от трубки? Плотность тела в три раза больше плотности жидкости ρ . Изначально трубка заполнена жидкостью плотностью 2ρ до высоты $4h$.

Объем тела $V = 2hS$. Какой минимальный объем жидкости плотности 2ρ надо долить в трубку, чтобы тело оторвалось от трубки? Плотность тела в три раза больше плотности жидкости ρ . Изначально трубка заполнена жидкостью плотностью 2ρ до высоты $4h$.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 7.1

На некотором участке автомобили движутся со скоростью v_0 и одинаковой плотностью потока λ_0 . Через произвольную границу на этом участке в единицу времени проезжает $v_0\lambda_0$ автомобилей.

Так как протяженность пробки постоянна, то «хвост» и «голова» движутся с одинаковой скоростью u . Предположим, что автомобильная пробка движется в направлении от города B к городу A . Перейдем в систему отсчёта, движущуюся со скоростью u , равной скорости движения пробки. Тогда автомобили приближаются к «хвосту» пробки со скоростью $v_1 + u$, удаляются от «головы» пробки со скоростью $v_2 + u$, а в пробке они движутся со скоростью $v + u$.

Количество автомобилей, пересекающих границу пробки на «хвосте» в единицу времени:

$$\lambda_1(v_1 + u) = \lambda(v + u) \quad (1)$$

Количество автомобилей, пересекающих границу пробки в «голове» в единицу времени:

$$\lambda_2(v_2 + u) = \lambda(v + u) \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) – (2), получаем:

$$u = \frac{\lambda_2 v_2 - \lambda_1 v_1}{\lambda_1 - \lambda_2} = 10 \text{ км/ч,}$$

$$v = \frac{\lambda_1(\lambda - \lambda_2)v_1 - \lambda_2(\lambda - \lambda_1)v_2}{\lambda(\lambda_1 - \lambda_2)} = 5 \text{ км/ч.}$$

Так как $u > 0$, предположение о направлении движения пробки верно. Автомобилю, чтобы попасть в город B из города A потребуется время $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$, где τ_1 – время движения с момента выезда из города A до попадания в пробку, τ_2 – время движения в пробке, τ_3 – время движения с момента выезда из пробки до прибытия в город B .

$$\tau_1 = \frac{L - l}{2(v_1 + u)} = 20 \text{ мин,}$$

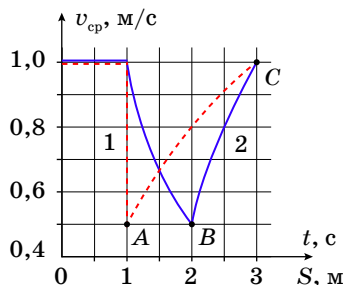
$$\tau_2 = \frac{l}{v + u} = 40 \text{ мин,}$$

$$\tau_3 = \frac{L - l + 2u(\tau_1 + \tau_2)}{2v_2} = 18 \text{ мин.}$$

Откуда полное время движения равно $\tau = 78$ мин.

Задача 7.2

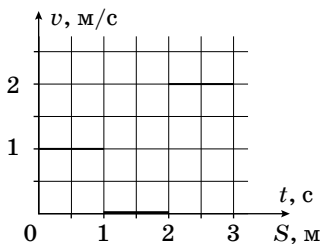
1) На первом участке средняя скорость не меняется – это соответствует равномерному движению. Так как за 1 с муха пролетает 1 м, ее скорость равна $v = 1$ м/с.



2) Определим, какой график соответствует времени, а какой пути. На первом графике скачком изменяется средняя скорость (вертикальный участок). Так как время должно изменяться, первый график соответствует зависимости средней скорости от пути. Скорость на этом участке равна нулю.

Рассмотрим точку C на графике:

$$v_{\text{cp}} = v = \frac{S_C}{t_C} = \frac{vt_0 + v_2(t - t')}{t},$$



где t_0 – время окончания первого участка равномерного движения (точка A), t' – время начала повторного движения мухи (точка B). Из графика, получаем $v_2 = 2v$. Для нахождения масштаба по оси скорости рассмотрим точку B :

$v_{\text{cp}} = S_B/t_B = 0,5$ м/с = $v/2$. Одному делению соответствует 0,1 м/с.

Задача 7.3

При равновесии механической системы сумма работ действующих на систему внешних сил при любых малых виртуальных (возможных) перемещениях системы равна нулю. Так как верхний шарнир находится на высоте втрое большей высоты нижнего шарнира, то при перемещении нижнего шарнира вверх на малое расстояние x верхний шарнир переместится вверх на $3x$.

Так как работа действующих на систему сил реакций N равна нулю, по закону сохранения энергии: $3Tx - 3m_0gx - Mgx = 0$, где T – сила натяжения верхней нити, m_0 – масса груза, подвешиваемого к верхнему шарниру. Откуда: $T = m_0x + Mg/3$.

Из условия равновесия системы: $T + 2N = m_0g + Mg$. Сила реакции: $N = Mg/3$ и не зависит от массы m_0 подвешиваемого к верхнему шарниру груза.

При различных значениях массы m_0 подвешиваемого к верхнему шарниру груза, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} T_1 = mg + \frac{Mg}{3} \\ T_2 = \frac{mg}{2} + \frac{Mg}{3} \end{cases}.$$

Решая данную систему уравнений, находим массы грузов и силу реакции:

$$\begin{aligned} m &= \frac{2(T_1 - T_2)}{g} = 2 \text{ кг}, \\ M &= \frac{3(2T_2 - T_1)}{g} = 3 \text{ кг}, \\ N &= \frac{Mg}{3} = 2T_2 - T_1 = 10 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 7.4

По закону Паскаля, действие атмосферного давления на тело скомпенсировано. Поэтому в решении оно рассматриваться не будет.

При добавлении столба жидкости высотой H в трубку сила реакции со стороны трубки на тело обращается в ноль ($N = 0$).

Условие равновесия для тела имеет вид: $mg - F - pS - N = 0$, где F – сила, действующая со стороны жидкости в сосуде на тело, p – гидростатическое давление в трубке под телом.

На тело жидкость действует с силой Архимеда $F_A = \rho g V$, за вычетом силы гидростатического давления на площадку S снизу в месте контакта с трубкой. Поэтому $F = F_A - 3\rho ghS$.

Подставив F в условие равновесия, получим:

$$3\rho gV = \rho gV - 3\rho ghS + 2\rho HgS \text{ или } \Delta V = HS = 7hS/2 = 140 \text{ см}^3.$$

8 КЛАСС

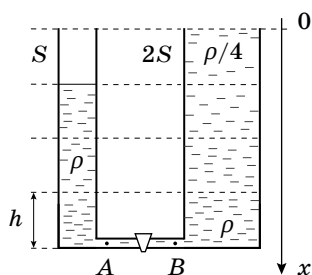
8.1 Хорошо в деревне летом...

Восьмикласснику Васе поручили перетащить копну сена массой $M = 600$ кг из овина в сарай, расстояние между которыми $L = 100$ м. Известно, что скорость v мальчика обратно пропорциональна квадрату его массы m вместе с грузом и может быть выражена формулой: $v = \beta/m^2$, где β – постоянный коэффициент. Масса Васи равна $m_0 = 50$ кг.

1. Найдите значение коэффициента пропорциональности β , если расстояние от сарая до овина мальчик (без сена) преодолевает за время $t_0 = 40$ с.
2. Определите, какое минимальное время понадобится Васе, чтобы равными порциями перенести все сено. Для этого случая найдите массу одной порции сена.

8.2 Линейная жидкость

Два сообщающихся сосуда, площади сечения которых S и $2S$ соединены снизу тонкой трубкой с закрытым краном. В узкий сосуд до высоты $3h$ налита жидкость плотностью ρ , а широкий сосуд высотой $4h$ доверху заполнен жидкостью, плотность которой изменяется линейно с глубиной от $\rho/4$ до ρ (см. рисунок).



1. Определите гидростатические давления в точках A и B слева и справа от крана.
2. Постройте качественный график зависимости гидростатического давления p в широком сосуде от глубины x .
3. На сколько сместится уровень жидкости в узком сосуде если кран открыть?

Слой жидкостей не перемешиваются. Ускорение свободного падения g .

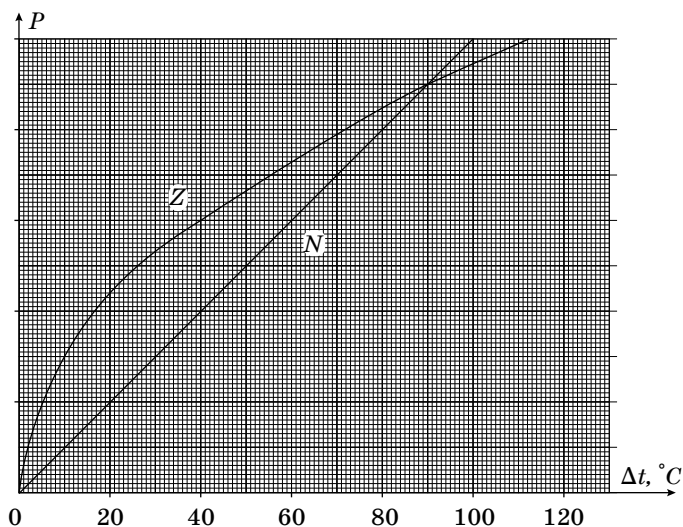
8.3 Нелинейная мощность

Экспериментатор Глюк создал в своей лаборатории уникальный Z -тепловод, зависимость мощности теплового потока P через который от разности температур Δt на его концах приведена на рисунке. Для сравнения, на том же графике приведена зависимость мощности теплового потока через обычный N -тепловод.

Если два термостата с постоянными температурами $t_1 = 0^\circ\text{C}$ и $t_2 = 100^\circ\text{C}$ соединить N -тепловодом, то по нему пойдет тепловой поток мощностью $P_1 = 100$ Вт.

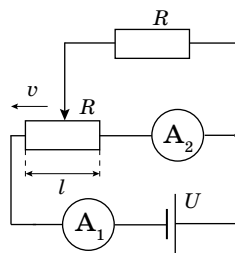
Определите мощность теплового потока:

1. P_2 через два N -тепловода, соединенные последовательно.
2. P_3 между термостатами через Z -тепловод.
3. P_4 через два Z -тепловода, соединенные последовательно.
4. P_5 через Z и N -тепловоды, соединенные последовательно. Какая в этом случае может быть температура в месте соединения тепловодов друг с другом?



8.4 Скорость тока

В электрической цепи, схема которой приведена на рисунке, ползунок потенциометра перемещают из крайнего правого положения влево с постоянной скоростью $v = 12$ мм/с. Напряжение идеального источника $U = 12$ В, сопротивление $R = 1,0$ кОм.



1. Получите зависимости показаний I_1 и I_2 идеальных амперметров от времени и найдите их минимальные значения.
2. Определите длину l потенциометра, если известно, что скорость изменения величины отношения сил тока I_1 и I_2 равна $\xi = 0,10$ с⁻¹.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 8.1

Время движения Васи без сена:

$$t_0 = \frac{L}{v} = \frac{Lm_0^2}{\beta},$$

следовательно,

$$\beta = \frac{Lm_0^2}{t_0} = 6250 \text{ м} \cdot \text{кг}^2/\text{с}.$$

Пусть мальчик переносит сено порциями массой μ за каждый заход. Тогда время переноса одной порции сена из овина в сарай равно:

$$t_{11} = \frac{L(m_0 + \mu)^2}{\beta}.$$

Затем Васе нужно вернуться обратно в овин. Это займет у него время:

$$t_{12} = \frac{Lm_0^2}{\beta}.$$

Откуда время, требуемое для переноса одной порции равно:

$$t_1 = \frac{L(2m_0^2 + 2m_0\mu + \mu^2)}{\beta}.$$

Васе нужно совершить $N = M/\mu$ заходов. Поэтому время переноса всего сена равно:

$$T = Nt_1 = \frac{LM}{\beta} \left(\frac{2m_0^2}{\mu} + 2m_0 + \mu \right).$$

Чтобы найти минимум этого времени выделим в скобках полный квадрат:

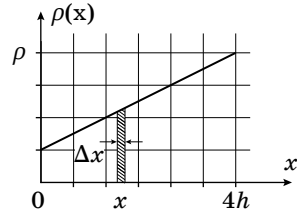
$$T = \frac{LM}{\beta} \left(\left(\frac{\sqrt{2}m_0}{\sqrt{\mu}} - \sqrt{\mu} \right)^2 + 2m_0(\sqrt{2} + 1) \right).$$

Следовательно, при $\mu = \sqrt{2}m_0$ время минимально. Значит ему нужно сойти $N = M/\mu = M/\sqrt{2}m_0 = 8,49$ раз. Так как число заходов целое, проверим, какое время займут 8 и 9 заходов с порциями $\mu_1 = 75 \text{ кг}$ и $\mu_2 = 66,7 \text{ кг}$ соответственно. Эти времена оказываются одинаковыми и равными $T_{\min} = 2320 \text{ с} = 38 \text{ мин } 40 \text{ с}$. Для реализации минимального времени возможны две стратегии.

Задача 8.2

Найдем зависимость плотности жидкости в правом сосуде от координаты x . Так как плотность изменяется линейно: $\rho(x) = ax + b$. Коэффициенты a и b можно найти из уравнений: $\rho(0) = \rho/4 = b$ и $\rho(h) = \rho = b + 4ah$. Получаем, что $b = \rho/4$ и $a = 3\rho/(16h)$.

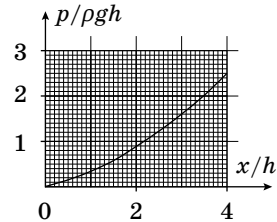
Рассмотрим слой жидкости толщиной Δx на глубине x . Из условия равновесия для этого слоя: $\Delta p = \rho(x)g\Delta x$. Величина Δp пропорциональна площади заштрихованной части. А разность гидростатических давлений $p(x) - p(0)$ пропорциональна площади под графиком на участке от 0 до x . Полагая, что $p(0) = 0$, получаем выражение для зависимости давления от глубины:



$$p(x) = \frac{gx}{2}(\rho(0) + \rho(x)) = \frac{\rho gx}{8} \left(2 + \frac{3x}{4h} \right).$$

Давление в точках A и B равны: $p_A = 3\rho gh$ и $p_B = 2,5\rho gh$.

Так как $p_A > p_B$, жидкость будет перетекать из левого колена в правое. Пусть из левого колена вытекает столб жидкости высотой H . Из-за несжимаемости жидкости: $SH = 2SH_1$. Значит в правой сосуд перетек слой жидкости толщиной $H_1 = H/2$. Следовательно, слой жидкости такой же толщины должен вытечь сверху. В условии равновесия давления в нижних точках равны. Найдем давление в нижней точке в правом колене $p'_B = \rho gH/2 + p_C$. Точка C расположена в правом колене на разделе сред с постоянной и переменной плотностями.



Давление p_C находим, аналогично:

$$p_C = \frac{g}{2} \left(4h - \frac{H}{2} \right) \left(\rho \left(\frac{H}{2} \right) + \rho(4h) \right).$$

Получаем:

$$p'_B = \rho gh \left(\frac{5}{2} + \frac{3H}{8h} - \frac{3}{128} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right).$$

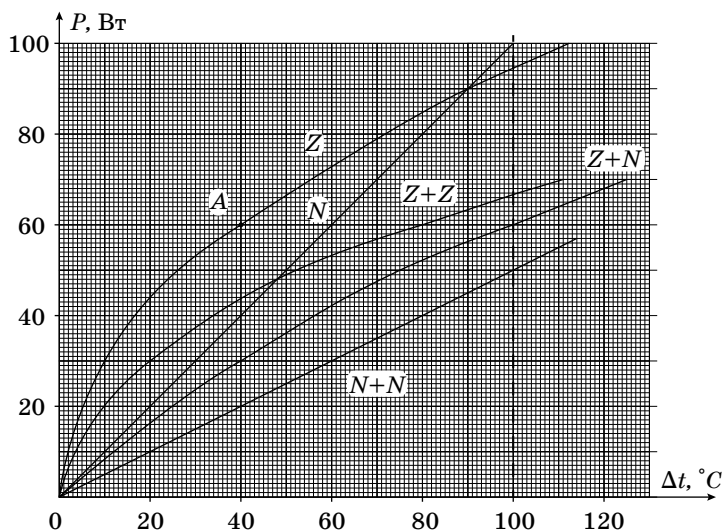
Приравнивая давления слева и справа от крана, получаем:

$$\frac{3}{64} \left(\frac{H}{h} \right)^2 - \frac{11}{4} \left(\frac{H}{h} \right) + 1 = 0.$$

Решение уравнения дает: $H/h = 58,3$ – побочное решение и $H/h = 0,37$. Уровень жидкости сместился на $H = 0,37h$.

Задача 8.3

- 1) Восстановим масштаб по оси мощности на графике. При разности температур $t_1 - t_2 = 100$ °C мощность теплового потока через N -тепловод равна $P_1 = 100$ Вт. На графике это значение соответствует сотому делению, следовательно, цена деления равна 1 Вт.
- 2) Теперь по графику находим мощность потока P_3 через Z -тепловод при разности температур 100 °C. Из графика $P_3 = 94$ Вт.
- 3) Рассмотрим случай, когда между термостатами находятся два тепловода, соединенных последовательно. В установившемся режиме мощности теплового потока через тепловоды равны, а разность температур между термостатами равна сумме разностей температур на каждом тепловоде. Получим график $P(\Delta t)$ для последовательного соединения тепловодов, складывая разности температур при одинаковой мощности. Проведем это для соединений $N + N$, $Z + Z$, $Z + N$ и найдем мощности P_2 , P_4 , P_5 .



Из графика: $P_2 = 50$ Вт, $P_4 = 67$ Вт, $P_5 = 60$ Вт.

Найдем температуры на стыке между тепловодами. При мощности $P_5 = 60$ Вт разность температур на Z -тепловоде равна 40°C (точка А). Если Z -тепловод соединен с первым термостатом, то температура на стыке равна $t = 40^\circ\text{C}$. Если он соединен со вторым термостатом, то температура на стыке равна $t = 60^\circ\text{C}$.

Задача 8.4

Сила тока, текущего через резистор, равна разности сил токов I_1 и I_2 . Приравнявая напряжения на средней и верхней ветвях схемы, получим: $I_2 R_x = (I_1 - I_2)R$.

С другой стороны, для нижнего контура $U = I_1(R - R_x) + I_2 R_x$, откуда можно выразить токи:

$$I_1 = \frac{U(R + R_x)}{R^2 + R_x(R - R_x)},$$

$$I_2 = \frac{UR}{R^2 + R_x(R - R_x)},$$

где $R_x = Rvt/l$.

Если ползунок потенциометра находится в крайнем правом положении, то общее сопротивление цепи равно R . При параллельном соединении R_x и R эквивалентное сопротивление получается меньше этих двух значений, значит, общее сопротивление цепи меньше R . Следовательно, минимальное значение силы тока I_1 равно $I_{1\text{мин}} = U/R = 12$ мА.

Второй ток изменяется в зависимости от характера изменения слагаемого $R_x(R - R_x)$ в знаменателе. По свойствам параболы максимального значения эта комбинация достигает при $R_x = R/2$. При этом, сила ток уменьшается до значения $I_{2\text{мин}} = 4U/5R = 9,6$ мА, а затем растет до исходного значения.

Отношение $I_1/I_2 = 1 + R_x/R = 1 + vt/l$, откуда $l = v/\xi = 12$ см.

