

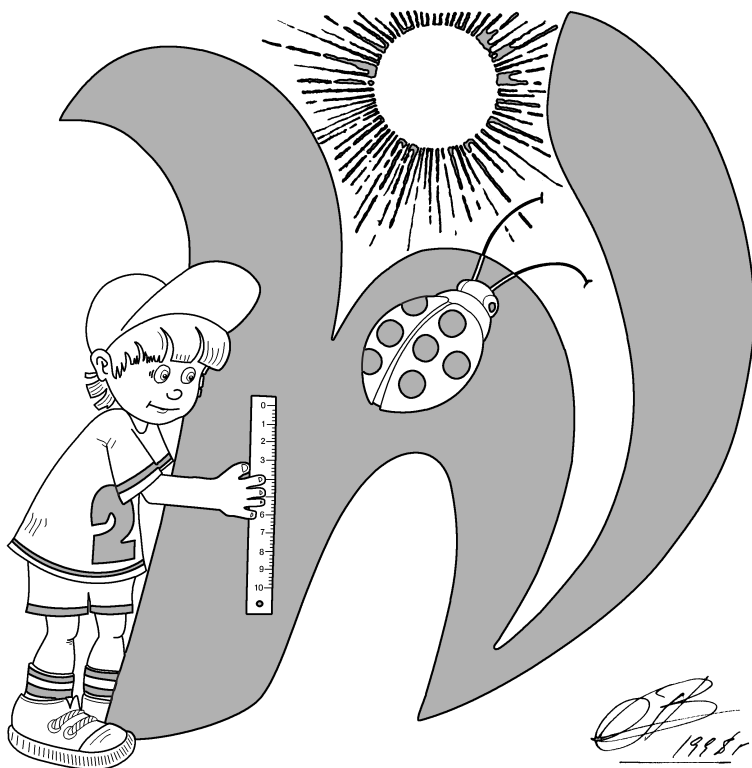
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXIV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Второй тур (МО)

Методическое пособие



МФТИ, 1999/2000 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: fizolimp@mail.ru (с припиской **antispan** к теме письма)

Авторы задач

- 9 класс
1. Судаков О.
 2. Судаков О.
 3. Судаков О.
 4. Судаков О.

- 10 класс
1. Шеронов А.
 2. Шеронов А.
 3. Шеронов А.
 4. Фольклор

- 11 класс
1. Можаяев В.
 2. Можаяев В.
 3. Можаяев В.
 4. Можаяев В.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Дидовик А., Макаров А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система \LaTeX 2_ε.
© Авторский коллектив
Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:38.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Вареные яйца

(8 очков). Определите среднюю плотность куриного яйца, сваренного вкрутую.

Оборудование и материалы.

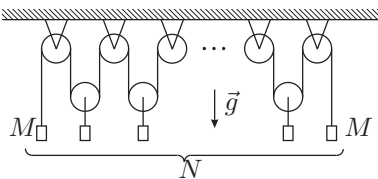
Куриное яйцо, целофановый пакет, стакан, мензурка, полоска скотча, вода.

Примечание.

В отчете по экспериментальным задачам приведите вывод необходимых расчетных формул, описание опытов, результаты измерений и их ошибки. После проведения опытов выданные Вам яйца можно съесть.

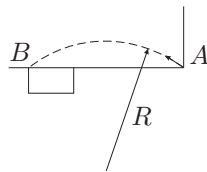
Задача 2. Муха и блоки

(12 очков). Невесомая нерастяжимая нить перекинута через невесомые блоки. Трение в блоках отсутствует. К подвижным блокам и концам нити прикреплено $N > 2$ грузов. Масса каждого из крайних грузов равна M . Система находится в равновесии в вертикальной плоскости. Грузы неподвижны. На один из грузов садится муха массы m . С каким ускорением будет опускаться муха?



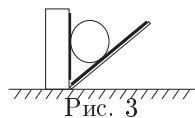
Задача 3. Угловой удар

(8 очков). Футболисту требуется попасть из угловой точки поля A в дальний нижний угол ворот, точку B . Расстояние $AB = 40$ м. Если при ударе мяч закрутить вокруг вертикальной оси, то вихревое движение воздуха вокруг мяча приводит к возникновению горизонтальной силы, перпендикулярной горизонтальной составляющей скорости мяча. Если спроектировать траекторию мяча на плоскость поля, то она имеет вид дуги окружности радиуса R . Определите минимальную поступательную скорость мяча в точке A , если радиус дуги $R = 40$ м. При расчетах следует пренебречь сопротивлением воздуха поступательному движению мяча.



Задача 4. Цилиндр в упоре

(12 очков). Проделайте следующий опыт. Поместите металлический цилиндр между вертикальным упором с плоской лейкопластыря и наклонно расположенной линейкой, к которой приклеена полоска наждачной бумаги (см. рисунок). Если плавно увеличивать угол между линейкой и упором, то можно заметить, что сначала цилиндр плавно вращается, потом скользит, а затем вращается в противоположную сторону. Почему цилиндр меняет направление вращения? Предложите физическую модель этого опыта. Используя данные этого опыта и проведя необходимые дополнительные измерения, определите коэффициент трения боковой поверхности цилиндра о наждачную бумагу и пластырь. Следует считать, что сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления.



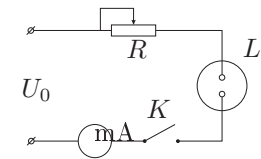
Оборудование и материалы.

Цилиндр, вертикальный упор с полоской лейкопластыря, линейка с приклеенной к ней полоской наждачной бумаги, металлический угольник.

10 класс

Задача 1. Газоразрядная лампа

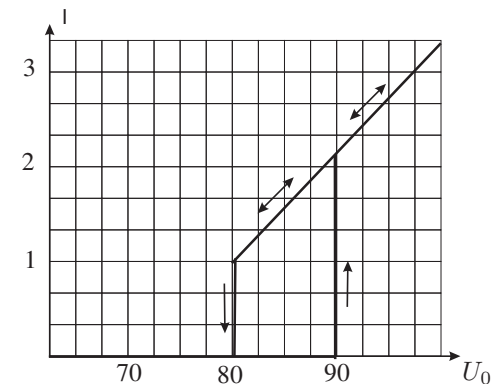
Газоразрядная лампа L включена последовательно с переменным сопротивлением R и источником постоянного напряжения U_0 , величина которого может изменяться (рис. 4). Вольтамперная характеристика лампы приведена на рис. 5 (I — ток через лампу, U_L — напряжение на ее электродах). Ток в лампе возникает скачком, если напряжение на ее электродах не меньше напряжения «зажигания» $U_z = 90$ В. Если разряд в лампе «горит» и ток через нее идет, то напряжение на ее электродах может быть снижено до напряжения «гашения» равного $U_r = 80$ В. Минимальный ток, который может при этом протекать через лампу равен 1 мА.



а) При какой минимальной величине напряжения источника U_0 разряд в лампе возникнет после замыкания ключа K , и будет продолжать гореть, если сопротивление $R = 15$ кОм?

б) Как изменится ток через лампу, если после этого напряжение источника увеличить на $\Delta U_0 = 5$ В?

в) На сколько необходимо изменить после этого сопротивление R , чтобы разряд в лампе погас?



Задача 2. Линейный процесс

Моль идеального газа расширяется так, что давление линейно зависит от объема. Объем при этом увеличивается в 3 раза, а начальная и конечная температура газа равны. Найти работу, совершенную газом, если разность между максимальной и минимальной температурами газа в процессе расширения составила $\Delta T = 100$ К.

Задача 3. Выцветший чертеж

На рисунке приведены в натуральном масштабе стрелка AB и ее мнимое изображение $A'B'$, полученные с помощью тонкой линзы. Построением с помощью линейки с делениями определить фокусное расстояние линзы.

Задача 4. Сложные колебания

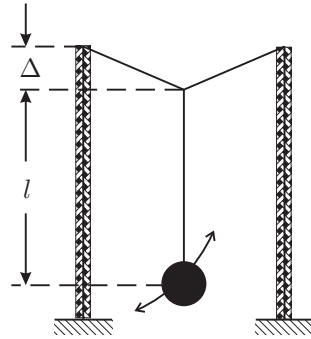
К середине горизонтально натянутой нити подвешен шарик, так что вертикальное провисание нити Δ мало по сравнению с длиной l подвеса шарика

($\Delta \ll l$). Шарик отклоняется от вертикали в плоскости, составляющей угол 45° с вертикальной плоскостью рисунка, и отпускается. Наблюдение за возникшими колебаниями показывает, что плоскость колебаний шарика “поворачивается” так, что через несколько колебаний шарик снова колеблется в плоскости первоначального отклонения.

а) Суперпозицией каких колебаний оказывается указанное движение шарика?

б) Вывести формулу для периода “вращения” плоскости колебаний шарика, задавшись необходимыми для этого параметрами маятника и параметрами его периодического движения.

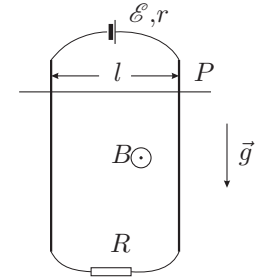
в) С помощью линейки и часов измерить эти параметры и сравнить теоретическую формулу с экспериментальными данными. Оценить ошибки измерений.



11 класс

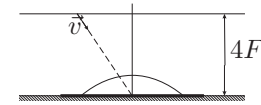
Задача 1. Падающая рейка

По двум длинным вертикальным рейкам, соединенным внизу резистором с сопротивлением $R = 2$ Ом, а сверху батареей с ЭДС $\mathcal{E} = 1$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом, может скользить без трения проводящая перемычка P , масса которой $M = 10^{-2}$ кг (см. рис.). Расстояние между рейками $l = 10$ см. Система находится в однородном магнитном поле напряженностью $B = 1$ Тл, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости рисунка. Какую установившуюся скорость приобретет перемычка при падении в поле силы тяжести? Омическим сопротивлением реек и перемычки пренебречь.



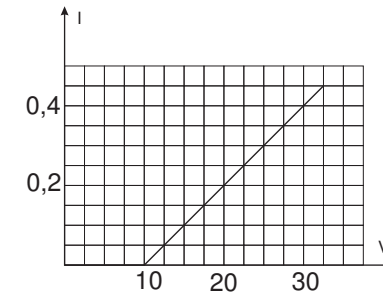
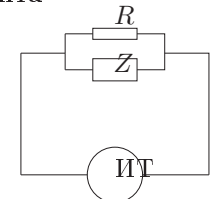
Задача 2. Линза на зеркале

На горизонтальном столе лежит плоское зеркало, на котором расположена плосковыпуклая тонкая линза с фокусным расстоянием F . Сверху в направлении на оптический центр линзы O под некоторым углом к главной оптической оси линзы летит муха. В тот момент, когда она пересекает горизонтальную плоскость, расположенную на расстоянии $4F$ от плоскости зеркала, ее скорость равна v . Полагая, что формула тонкой линзы является точной (Гауссова оптика), определите в этот момент времени скорость изображения мухи.



Задача 3. Мощность нелинейного элемента

К источнику постоянного тока подключен резистор с сопротивлением $R = 100$ Ом и нелинейный элемент Z , вольтамперная характеристика которого изображена на рис. 2. Определите мощность тепловыделения на элементе Z , если источник тока поддерживает в цепи постоянный ток $I_0 = 0,5$ А.



Задача 4. Ускорение грузика

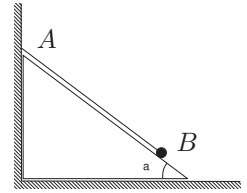
В комнате на полу вплотную к стене расположен неподвижный клин. На клине, образующем угол α с горизонтом, лежит нерастяжимая невесомая веревка (см. рис. 1). Один из концов веревки закреплен на стене в точке A . К нижнему концу веревки прикреплен небольшой грузик B . В некоторый момент времени клин начинает двигаться вправо с постоянным ускорением a . С каким ускорением движется грузик, пока он находится на клине?

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Вареные яйца

Объем яйца определяется через соответствующий объем воды, вытесненной яйцом при его погружении в стакан с водой. Воду в стакан можно наливать до краев или до предельного мениска. Яйцо следует аккуратно извлечь с помощью закрепленной на нем полоски скотча и долить из мензурки воду до прежнего уровня. Объем долитой воды будет равен объему яйца. Если тот же опыт провести с яйцом, помещенным в пустой полиэтиленовый пакет так, чтобы пакет с яйцом плавал, то соответствующий объем долитой воды будет пропорционален весу яйца. Типичное значение объема яйца 50 см^3 , вес — 55 г , плотность $\rho \approx 11 \text{ г/см}^3$.



Задача 2. Муха и блоки

Натяжение нити постоянно вдоль ее длины, поэтому масса каждого груза, прикрепленного к блокам, равна $2M$. Для любого груза кроме того, на который села муха, имеем: $Ma_1 = Mg - T$. Для груза с мухой:

$$\begin{aligned} (M + m)a &= (M + m)g - T && \text{— муха села на крайний груз;} \\ (2M + m)a &= (2M + m)g - 2T && \text{— муха села на любой другой груз.} \end{aligned}$$

Груз с мухой будет падать с ускорением a , все другие грузы будут подниматься с одним и тем же ускорением a_1 . Связь ускорений a и a_1 определяем из условия постоянства длины нити $l_1 + 2l_2 + \dots + 2l_{N-1} + l_N$:

$$\begin{aligned} a &= -2a_1 - \dots - a_1 = -2(N - 2)a_1 - a_1 = \\ &= -(2N - 3)a_1 && \text{— муха села на крайний груз;} \\ 2a &= -a_1 - 2a_1 - \dots - a_1 = -2(N - 3)a_1 - 2a_1 = \\ &= -(2N - 4)a_1 && \text{— муха села на любой другой груз.} \end{aligned}$$

Поэтому в случае когда муха села на крайний груз

$$\left. \begin{aligned} -M \frac{a}{2N-3} &= Mg - T \\ (M + m)a &= (M + m)g - T \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{mg}{M \frac{2N-2}{2N-3} + m},$$

а когда муха села на любой другой груз

$$\left. \begin{aligned} -M \frac{a}{N-2} &= Mg - T \\ (M + m/2)a &= (M + m/2)g - T \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{mg}{2M \frac{N-1}{N-2} + m}.$$

Для $N \gg 1$ имеем $T \approx Mg$, поэтому $a \approx \frac{mg}{M+m}$ или $a \approx \frac{mg}{2M+m}$.

Задача 3. Угловой удар

Длина дуги $l = R\varphi = R\pi/3$. Время полета мяча из A в B $\frac{2v_{\perp}}{g} = \frac{l}{v_{\parallel}} \Rightarrow 2v_{\perp}v_{\parallel} = lg \leq v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2 = v_0^2$, поскольку $(v_{\perp} - v_{\parallel})^2 \geq 0$. Итак, получаем $v_0 \geq \sqrt{lg} = \sqrt{\frac{R\pi g}{3}} \approx 20 \text{ м/с}$.

Задача 4. Цилиндр в упоре

При равномерном опускании цилиндра силы трения F_1 и F_2 , приложенные к цилиндру в точках касания с линейкой и упором, равны между собой $F_1 = F_2 = F$, т.к. цилиндр равномерно катится по одной из поверхностей или скользит. Для проекций сил на горизонтальную и вертикальную оси имеем:

$$F(1 + \sin \alpha) + N_1 \cos \alpha = mg \quad (1)$$

$$F \cos \alpha + N_2 - N_1 \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

Откуда $F = \frac{mg - N_1 \cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{N_1 \sin \alpha - N_2}{\cos \alpha}$ и $N_1 - N_2 = \frac{mg \cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$.

При уменьшении угла α наклона линейки разность между силами N_1 и N_2 монотонно растет (рис. 2). Для значений угла α , близких к $\pi/2$, имеем $N_1 \approx N_2$; для $\alpha = 0$ имеем $N_1 = mg$, $N_2 = 0$.

Сила трения скольжения F равна наименьшему значению из величин $k_1 N_1$ и $k_2 N_2$. Для больших углов наклона наблюдается качение по вертикальному упору, поэтому $k_2 N_2 > k_1 N_1$, $k_2 > k_1$, цилиндр скользит по линейке. В другом предельном случае малых углов наклона

$k_2 N_2 < k_1 N_1$, происходит качение по линейке и скольжение по вертикальному упору. Качение по вертикальному упору прекращается для угла наклона α_0 , при котором $F = k_1 N_1 = k_2 N_2$. Используя уравнение (2), получаем связь коэффициентов трения

$k_2 = \frac{k_1}{\sin \alpha_0 - k_1 \cos \alpha_0}$. Коэффициент трения k_1 боковой поверхности цилиндра о наждачную бумагу измеряется стандартным способом по тангенсу угла наклона линейки, при котором возникает скольжение цилиндра. Характерные результаты измерений: $k_1 \approx 0,6 \div 0,8$. Коэффициент трения цилиндра о лейкопластырь можно вычислить, только измерив угол α_0 . Этот коэффициент трения зависит от чистоты поверхности пластыря. Он изменяется в пределах $k_2 \approx 1,5 \div 3$.

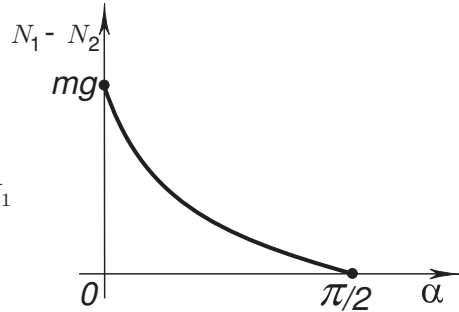


Рис. 15

10 класс

Задача 1. Газоразрядная лампа

Для «горящей» лампы $I = a + bU_L$. Из графика находим $a = -7$, $b = 0,1$. Ток измеряется в миллиамперах, а напряжение в вольтах. а) $R = 15$ кОм, $I_{\min} = 1$ мА, $U_0 = 95$ В.
б) $R = 15$ кОм, $U_0 + \Delta U_0 = 100$ В, $I = 12$ мА.
в) $U_0 + \Delta U_0 = 100$ В, $I_{\min} = 1$ мА, $R \geq 20$ кОм.

Задача 2. Линейный процесс

Введем $\beta = V_2/V_1 = 3$. По условию $P_1 V_1 = P_2 V_2 = \nu R T_0$, тогда $P_1/P_2 = \beta$. $A = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)(V_2 - V_1) = \frac{\beta^2 - 1}{2\beta} R T_0$. Из графика $P = CV + B$, где C и B — некоторые постоянные коэффициенты.

Тогда $T = \frac{C}{R} V^2 + \frac{B}{R} V = \frac{C}{R} (V + \frac{B}{2C})^2 - \frac{B^2}{4CR}$.
 T_{\max} максимальна при $V = -B/2C$

$$T_{\max} = -\frac{B^2}{4CR} = \frac{1}{4} \frac{(\beta+1)^2}{\beta} T_0.$$

$$T_{\max} - T_0 = \Delta T = \frac{4\beta}{(\beta-1)^2} T_0.$$

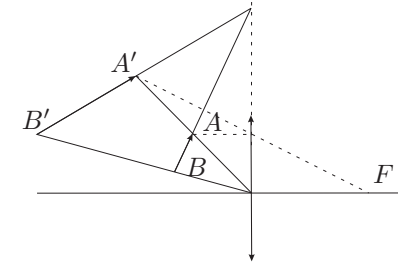
$$A = \frac{\beta^2 - 1}{2\beta} R T_0 = 2 \frac{\beta+1}{\beta-1} R \Delta T = 33 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

Задача 3. Выцветший чертеж

Решение представлено на рис. 17.

Задача 4. Сложные колебания

Движение шарика — это суперпозиция двух колебаний с близкими частотами: колебания в плоскости рисунка $\omega_1 = \sqrt{g/l}$ и колебания в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка, $\omega_2 = \sqrt{g/(l + \Delta)}$. Период «вращения» плоскости колебаний шарика $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} \approx T \frac{2l}{\Delta}$, где T — период



колебаний маятника. Действительно, $T_1^2 = 4\pi^2/\omega_1^2 = 4\pi^2 l/g$, $T_2^2 = 4\pi^2/\omega_2^2 = 4\pi^2(l + \Delta)/g$. Если $\Delta \ll l$, то $T_1 \approx T_2 \approx T$ и $T_2 - T_1 = \Delta T$.

$$T_2^2 - T_1^2 = (T_2 - T_1)(T_2 + T_1) \approx \Delta T \cdot 2T = 4\pi^2 \Delta/g = T^2 \Delta/l.$$

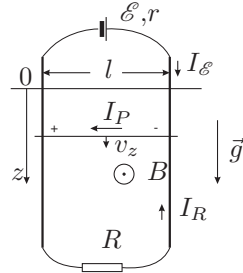
Отсюда находим $T/\Delta T = 2l/\Delta$ и окончательно

$$T_0 = 2\pi/(\omega_1 - \omega_2) = \frac{1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} \approx T \frac{T}{\Delta T} = T \frac{2l}{\Delta}.$$

11 класс

Задача 1. Падающая рейка

Предположим, что перемычка движется вниз и в некоторый произвольный момент времени ее координата равна z , а ее скорость $v_z = dz/dt$. В перемычке будет действовать ЭДС индукции $\mathcal{E}_{ind} = Bv_z l$, а ее полярность указана на рис. Через батарею, перемычку и резистор R будут течь токи $I_{\mathcal{E}}, I_P, I_R$ соответственно. Уравнение движения перемычки будет иметь вид $Mdv_z/dt = Mg - BI_P l$. Закон Ома для верхнего контура (батарея плюс перемычка) $\mathcal{E} + \mathcal{E}_{ind} = I_{\mathcal{E}} r$.



Закон Ома для нижнего контура (перемычка плюс резистор R) $\mathcal{E}_{ind} = I_R R$. Закон сохранения заряда будет иметь вид $I_P = I_{\mathcal{E}} + I_R$. Из трех последних уравнений найдем I_P и, подставив в первое, получим уравнение движения перемычки:

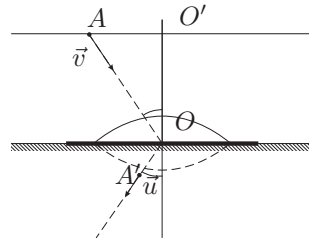
$$M \frac{dv_z}{dt} + \frac{(Bl)^2(R+r)}{Rr} v_z = Mg - \frac{Bl\mathcal{E}}{r}.$$

В установившемся режиме $v_z = \text{const} = v_{\text{уст.}}$, откуда

$$v_{\text{уст.}} = \frac{(Mgr - Bl\mathcal{E})R}{(Bl)^2(R+r)} \approx 5 \text{ м/с}^2.$$

Задача 2. Линза на зеркале

Оптическая сила системы линза + зеркало равна сумме оптических сил двух линз и плоского зеркала: $\frac{1}{F_s} = \frac{1}{F} + \frac{1}{F}$. Следовательно, фокусное расстояние данной системы $F_s = F/2$.



Обозначим расстояние от мухи до оптического центра линзы $|AO|$ через x , а аналогичное расстояние $|A'O|$ до изображения мухи через y . Пусть угол между AO и главной оптической осью линзы OO' равен α . По формуле линзы можно записать: $\frac{1}{x \cos \alpha} + \frac{1}{y \cos \alpha} = \frac{2}{F}$. Продифференцировав данное

уравнение по времени: $\frac{\dot{x}}{x^2} = -\frac{\dot{y}}{y^2}$, где \dot{x} — скорость мухи, а \dot{y} — скорость ее изображения $\dot{y} = -(y/x)^2 \dot{x}$.

В тот момент, когда муха находится на расстоянии $4F$ от плоскости зеркала, аналогичное расстояние от ее изображения b найдем по формуле линзы: $\frac{1}{4F} + \frac{1}{b} = \frac{2}{F}$, откуда $b = 4F/7$. Следовательно, в данный момент времени отношение $y/x = \frac{4F/7}{4F} = 1/7$. Поэтому скорость изображения мухи $u = -v/49$.

Задача 3. Мощность нелинейного элемента

Данную задачу можно решать как графически, так и аналитически. Мы рассмотрим аналитическое решение данной задачи.

Связь между током I_Z через элемент Z и напряжением V на нем при $V \geq 10 \text{ В}$ имеет вид: $I_Z = 0.02V - 0.2$. Здесь ток выражен в амперах, а напряжение в вольтах. Аналогичная связь для резистора при $V \geq 0$: $I_R = 0.01V$. При $V = 10 \text{ В}$ суммарный ток через резистор и элемент Z равен

0.1 А , что меньше, чем 0.5 А , а это означает, что напряжение V будет явно больше 10 В и нас будет интересовать значения $V > 10 \text{ В}$. Суммарный ток $I_{R+Z} = I_R + I_Z = 0.03V - 0.2$. Подставляя в это выражение $I_{R+Z} = I_0$, найдем рабочее напряжение $V_Z = V_R$ на резисторе и на элементе: $V_Z = 70/3 \text{ В} = 23.3 \text{ В}$. При этом напряжении найдем ток через элемент Z : $I_Z = 8/30 \text{ А} = 0.267 \text{ А}$. Выделяемая мощность на элементе Z : $P_Z = I_Z V_Z = 6.22 \text{ Вт}$.

Задача 4. Ускорение грузика

Пусть за некоторое время клин переместится на расстояние x . Поскольку нить нерастяжима, то грузик переместится вдоль клина тоже на расстояние x . Полное перемещение грузика будет, очевидно, X . Поскольку все эти перемещения образуют равнобедренный треугольник с углом α при вершине, то $X = 2x \sin(\alpha/2)$. Так как начальная скорость клина и грузика равна нулю, то полученное соотношение между перемещениями справедливо и для ускорений $a_{\text{гр}} = 2a \sin(\alpha/2)$.

