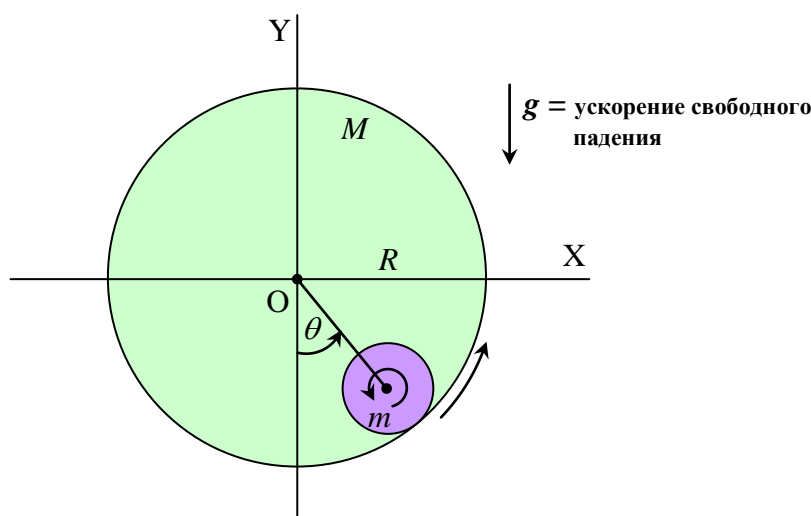


Вращающиеся цилиндры

Тонкостенный цилиндр массы M с шероховатой внутренней поверхностью радиуса R может вращаться вокруг центральной фиксированной горизонтальной оси OZ . Ось OZ перпендикулярна поверхности листа и направлена от нее. Другой меньший однородный сплошной цилиндр массы m и радиуса r катается внутри него без проскальзывания (за исключением пункта 1.8) по внутренней поверхности цилиндра M вокруг собственной центральной оси, которая параллельна OZ .



1.1) В момент времени $t=0$ цилиндр массы M покоится и цилиндр массы m также покоится в нижней точке. Цилиндр M начинает вращаться. В некоторый момент времени t угловое положение центра масс цилиндра m равняется θ и при этом цилиндр M совершил поворот на ϕ радиан. На сколько радиан (обозначенный через ψ) повернулся цилиндр m вокруг своей центральной оси относительно фиксированной линии (например, отрицательной части оси Y). Выразите ответ через θ, ϕ, R, r .

(0,8 б.)

1.2) Найдите угловое ускорение $\frac{d^2}{dt^2}\psi$ цилиндра m относительно его центральной оси проходящей через центр масс. Выразите ответ через R, r и производные от θ и ϕ .

(0,2 б.)

1.3) Выведите уравнение для углового ускорения $\frac{d^2}{dt^2}\theta$ центра масс цилиндра m относительно оси OZ через $m, g, R, r, \theta, \frac{d^2}{dt^2}\phi$ и момент инерции I_{CM} цилиндра массы m относительно его центральной оси.

(1,8 б.)

1.4) Чему равен период малых колебаний цилиндра m , если цилиндр M вращается с постоянной угловой скоростью? Выразите ответ через R, r, g .

(1,3 б.)

1.5) Чему равно значение угла θ для положения равновесия цилиндра m из пункта 1.4?

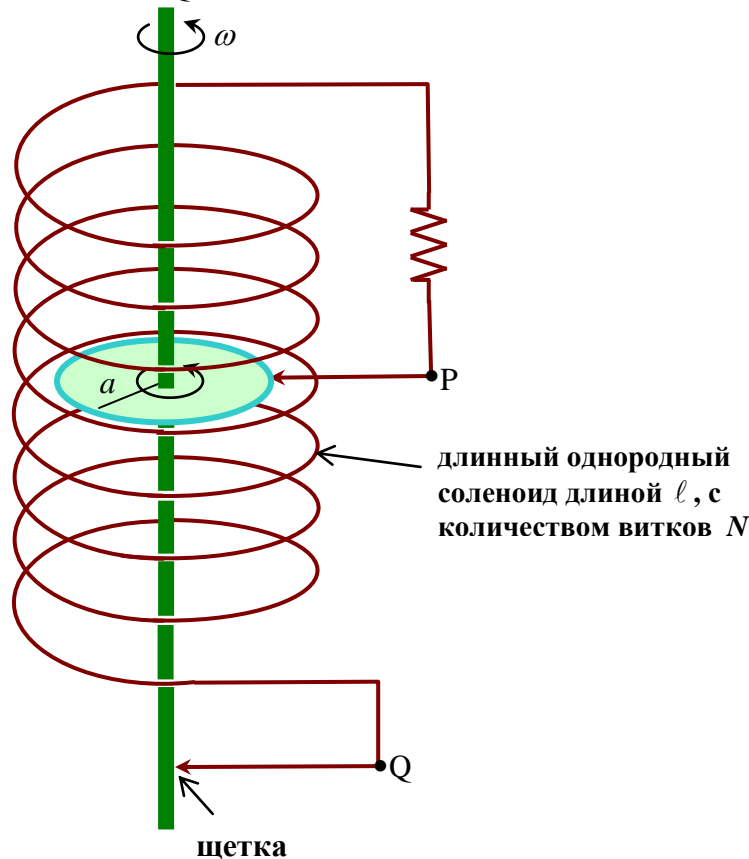
(0,2 б.)



- 1.6) Где находится положение равновесия цилиндра m , если цилиндр M вращается с постоянным угловым ускорением α ? Выразите ответ через R, g, α .
- (0,7 б.)
- 1.7) Пусть теперь цилиндр M свободно вращается (колеблется) без ограничения вокруг центральной оси OZ , а цилиндр m совершает малые колебания, качаясь по внутренней поверхности цилиндра M . Найдите период этих малых колебаний.
- (2,5 б.)
- 1.8) Рассмотрите случай когда цилиндр M вращается с постоянной угловой скоростью Ω , а цилиндр m вращается (катается) вокруг стационарного центра масс в точке равновесия, найденного в пункте 1.5. Затем цилиндр M мгновенно останавливают. Какое наименьшее значение должна иметь Ω , чтобы цилиндр m покатился и достиг высшей точки внутренней поверхности цилиндра M ? Коэффициент трения между m и M предполагается достаточно большим, так что m начинает катиться без проскальзывания сразу же после короткой пробуксовки после остановки цилиндра M .
- (2,5 б.)

Самовозбуждающиеся магнитное динамо

Металлический диск радиуса a , жестко прикрепленный к тонкому стержню, вращается с постоянной угловой скоростью ω внутри длинного соленоида с индуктивностью L , два конца которого соединены с вращающимся диском двумя щеточными контактами как показано на рисунке. Полное сопротивление полной цепи равно R . Малое магнитное возмущение может привести к росту индуцированной электродвижущей силы (ЭДС) между концами проводов P и Q.



2.1) Запишите дифференциальное уравнение, которое описывает зависимость тока цепи $i(t)$. Выразите ответ через L, R и ЭДС E между концами проводов P и Q.

(1,0 б.)

2.2) Найдите выражение плотности магнитного потока B через i, N, ℓ и восприимчивость вакуума μ_0 . Игнорируйте магнитное поле генерируемое диском и стержнем.

(1,5 б.)

2.3) Найдите выражение для индуцированной ЭДС E через μ_0, N, a, ℓ, i и угловую скорость ω .

(2,0 б.)

2.4) Решите уравнение пункта 2.1 для тока в любой момент времени t через начальный ток $i(0)$ и другие параметры.

(1,5 б.)

2.5) Найдите минимальное значение угловой скорости, при которой начинается рост тока.

Выразите ответы через R, μ_0, N, a, ℓ .

(2,0 б.)

Теоретический тур



Задача 2

26 апреля 2009

стр. 2 из 2

2.6) Каково должно быть выражение для вращательного момента, приложенного к стержню в момент времени t , чтобы поддерживать постоянную угловую скорость ω ?

(2,0 б.)

Явление Лейденфроста

Целью задачи является оценка времени жизни (полушаровой) капли жидкости, находящейся над очень тонким слоем пара, который термический изолирует каплю от очень горячей пластинки внизу.

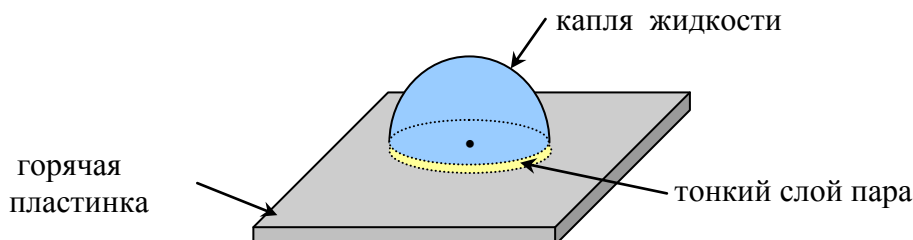


Рисунок 1.

Здесь предполагается, что поток пара из под капли является ламинарным (без завихрений) и ведет себя как Ньютонская жидкость с коэффициентом вязкости η и температурной проводимостью κ . Скрытая теплота испарения жидкости равняется ℓ . Для Ньютонской жидкости напряжение сдвига $\frac{F}{A} = \eta \frac{dv}{dz}$, где $\frac{dv}{dz}$ - изменение скорости вдоль z , v - это скорость потока, z - это расстояние перпендикулярно к направлению потока, а направление F касательно к поверхности, имеющей площадь A .

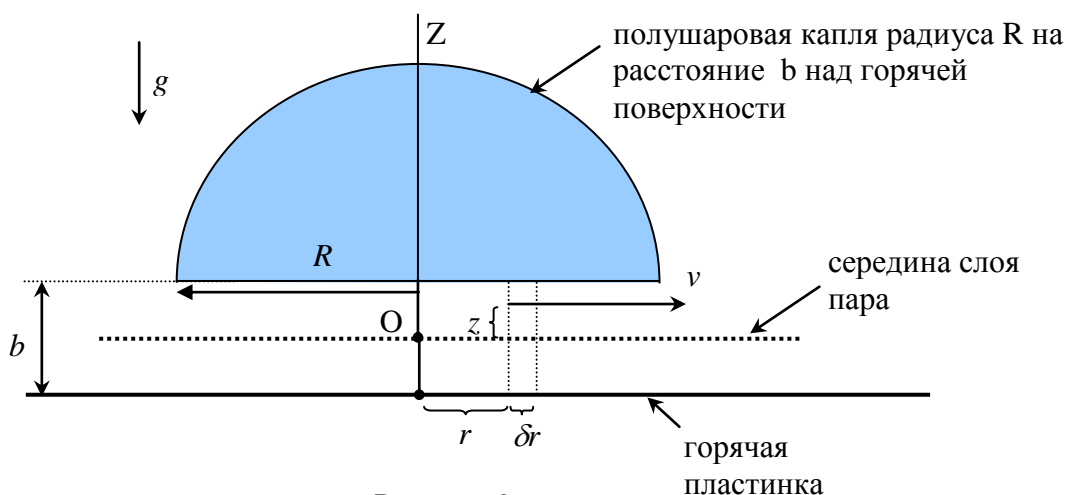


Рисунок 2.

v - это скорость потока пара в радиальном направлении на высоте z , отсчитываемой от середины слоя пара. Давление пара P повышается при приближении к центру O . Это приводит к тому, что возникает исходящий поток пара и возникает сила, которая удерживает каплю против силы тяжести. Толщина слоя пара при условии механического и температурного равновесия равняется b . Для Ньютонского потока пара имеет место следующее равенство

$$\frac{d}{dz} v = \frac{z}{\eta} \frac{d}{dr} P.$$



3.1) Покажите, что $v(z) = \frac{z^2}{2\eta} \frac{d}{dr} P + C$

где C – произвольная константа интегрирования.

(0,5 б.)

3.2) Используя Рис.2, найдите значение C через $\eta, \frac{dP}{dr}, b$, используя граничные условия

$v = 0$ в точке $z = \pm \frac{b}{2}$.

(0,5 б.)

3.3) Вычислите скорость истечения объема пара (объемная скорость пара из-под капли) через цилиндрическую поверхность радиуса r . (Подсказка: цилиндр имеет радиус r и высоту b под каплей).

(1,0 б.)

3.4) Предполагая, что скорость возникновения пара плотности ρ_v (скорость испарения из капли) происходит из-за потока тепла от горячей поверхности к капле, найдите выражение для давления $P(r)$. Используйте P_a для обозначения атмосферного давления. Также используйте ΔT для обозначения разности температуры между горячей поверхностью и каплей. Считайте, что система достигла равновесного состояния.

(2,0 б.)

3.5) Найдите выражение для b путем приравнивания силы тяжести капли к силе, возникающей из-за разности давлений у нижней и верхней частями капли. Плотность капли равняется ρ_0 .

(2,0 б.)

3.6) Найдите выражение для полной скорости испарения.

(2,0 б.)

3.7) Предполагая, что капля сохраняет полушаровую форму, найдите выражение для времени жизни капли.

(2,0 б.)