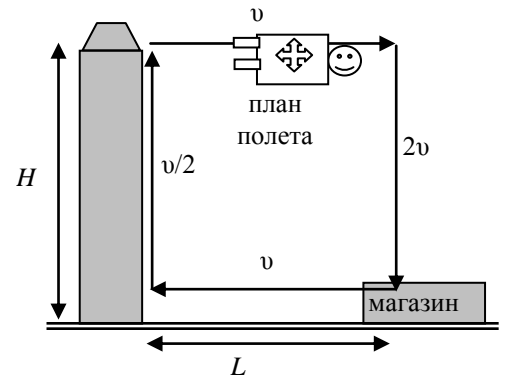


7 класс

1. Карлсон вернулся

(М.Ю.Зямятнин)

Карлсон купил квартиру на крыше семнадцатизэтажной новостройки на высоте $H = 55$ м над землей. За вареньем теперь ему приходится летать в соседний магазин, который находится на расстоянии $L = 100$ м от его дома. В горизонтальном полете Карлсон развивает скорость v , при вертикальном спуске $2v$, а при вертикальном подъеме $v/2$. Определите, чему равна скорость v , если на полет до магазина и обратно Карлсон тратит ровно $t = 5$ мин.



Возможное решение

Полное время полета $t = \frac{2L}{v} + \frac{2H}{v} + \frac{H}{2v} = \frac{5H + 4L}{2v}$, откуда $v = \frac{5H + 4L}{2t} = 1,125$ м/с $\approx 1,1$ м/с.

Критерии оценивания

- Найдены времена этапов полета 4 балла
- Выражена скорость v 4 балла
- Численный ответ 2 балла

2. Таланты

(Иванов М.)

Экспериментатор Глюк и теоретик Баг решили зарыть свои таланты в землю. У Глюка талант был золотой, а у Бага простой, деревянный. На сколько больше килограммов земли придется выкопать из ямы обладателю большего по объему таланта? Плотность золота $\rho_3 = 19,3$ г/см³, плотность дерева $\rho_d = 700$ кг/м³, плотность земли $\rho = 2,0$ кг/литр. *Примечание:* талант – древнегреческая единица измерения массы, равная примерно 25,9 кг.

Возможное решение

Золотой талант $m = \rho_3 V_3$, деревянный талант $m = \rho_d V_d$. Разность масс выкопанной земли

$$\Delta m = (V_d - V_3) \rho = m \rho \left(\frac{1}{\rho_d} - \frac{1}{\rho_3} \right) = 71,3 \text{ кг.}$$

Критерии оценивания

- Применение формул для поиска объемов талантов 3 балла
- Формула для разности масс земли 2 балла
- Правильный перевод единиц измерений 3 балла
- Численный ответ 2 балла

3. Кирпичная кладка

(Кармазин С.)

В тяжелый металлический ящик помещается ровно 24 одинаковых кирпича. Если при этом закрыть крышку ящика, то в нем не остается никаких пустот. Масса полностью заполненного кирпичами ящика оказывается в $n = 2,5$ раза больше массы этого же ящика, полностью заполненного водой. Если в ящик положить 12 таких же кирпичей, то его масса оказывается в $m = 1,5$ раза больше массы ящика, полностью заполненного водой. Чему равна плотность материала, из которого сделаны кирпичи? Плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³.

Возможное решение

Пусть масса ящика M а его внутренний объем V . Обозначим плотность кирпича ρ_k , а плотность воды ρ_v . Тогда условие задачи можно записать в виде двух уравнений:

$$M + \rho_k V = n (M + \rho_v V) \quad (1)$$

$$M + \rho_k V/2 = m (M + \rho_v V) \quad (2)$$

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

Здесь учтено, что во втором случае кирпичи занимают лишь половину внутреннего объема ящика. Решая систему уравнений, находим: $\rho_k = 2\rho_v (n - m)/(n + 1 - 2m)$, откуда $\rho_k = 4\rho_v$ или $\rho_k = 4000 \text{ кг/м}^3$.

Критерии оценивания

- Правильно записано первое уравнение 3 балла
 - Если указано, что необходимо учитывать массу пустого ящика, но уравнение отсутствует или написано не правильно, то 1 балл
- Правильно записано второе уравнение 3 балла
 - Если указано, что во втором случае кирпичи занимают половину объема ящика, но уравнение отсутствует или написано не правильно, то 1 балла
- Решена система уравнений. Получен численный ответ 4 балла
 - Если есть ответ $\rho_k = 4\rho_v$, но нет численного ответа 2 балла
 - Если в численном ответе отсутствуют единицы измерения 2 балла

Если уравнения записаны не в самом общем виде, а с подстановкой значений n и m , то баллы не снижаются!

4. Единство пространства и времени

(Зыков И.)

Экспериментатор Глюк предложил для измерения времени измерять длину пути, пройденного концом часовой стрелки его наручных часов.

Определите, чему будет равна длительность:

- часа, выраженная в миллиметрах
- суток - в сантиметрах
- года - в метрах

Указание. Длина окружности L связана с радиусом R этой окружности формулой $L = 6,28R$.

Все необходимые данные возьмите из рисунка

Возможное решение

За искомое время t стрелка сделает N оборотов: $N = t/\tau$, где $\tau = 12$ часов = 720 минут и пройдет путь $s = NL = 6,28 RN = 6,28 Rt/\tau$, где $R = 3$ см – длина стрелки, которая находится из рисунка.

Окончательно $s = t \frac{6,28 \cdot 3 \text{ см}}{12 \text{ ч}} = t \cdot 1,57 \text{ см/ч}$.

Ответ:

t	1 час	1 сутки	1 год
s	[15,6; 15,8] мм	[37; 38] см	[137; 138] м

Критерии оценивания

- Формула $s = 6,28 Rt/\tau$ 4 балла
- Найдено значение R из рисунка 1 балл
- Ответ для 1 часа 1 балл
- Ответ для 1 суток 2 балла
- Ответ для 1 года 2 балла

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

8 класс**1. Осторожно, крокодил!**

(Замятин М.)

Крокодил Гена развивает скорость $v_1 = 5$ м/с, но пробежать может не более $L_1 = 100$ м. После этого у него остаются силы только на последний рывок с $v_2 = 10$ м/с на расстояние $L_2 = 10$ м. Чебурашка умеет бегать со скоростью v_3 . Какую минимальную безопасную дистанцию L от крокодила должен соблюдать Чебурашка, чтобы Гена не смог его догнать? Рассмотреть случаи, когда скорость Чебурашки $v_3 = 4$ м/с и $v_3 = 6$ м/с.

Возможное решение

Если скорость Чебурашки меньше скорости крокодила, то расстояние между ними все время сокращается, и в худшем случае встреча может произойти в конце движения Гены через $\tau = \frac{L_1}{v_1} + \frac{L_2}{v_2} = 21$ с. За это время

Чебурашка должен оказаться не менее чем на $L_1 + L_2$ от начального положения крокодила. Следовательно, $L = L_1 + L_2 - v_3 \tau = 26$ м. В случае, если скорость Чебурашки больше скорости обычного бега Гены, ему надо опасаться только быстрого рывка крокодила (крокодил может сделать этот рывок и в самом начале). Тогда безопасная дистанция определяется сближением за время рывка. $L = \frac{L_2}{v_2} (v_2 - v_3) = 4$ м.

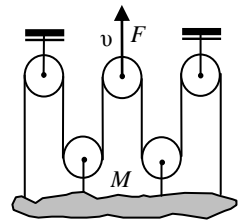
Критерии оценивания

- Найдены времена движения крокодила на отдельных участках 2 балла
- Идея условия встречи при $v_3 < v_2$ 2 балла
- Найдено L в первом случае 2 балла
- Идея условия встречи при $v_3 > v_2$ 2 балла
- Найдено L во втором случае 2 балла

2. Подъем

(Фольклор)

Груз массой $M = 120$ кг поднимают равномерно со скоростью $u = 2$ км/ч с помощью системы блоков так, что он движется поступательно (не вращается). Какую силу F для этого надо прикладывать к среднему блоку, и с какой скоростью v поднимается этот блок? Массой троса и блоков пренебречь. Трения в осях блоков нет. Трос нерастяжим. Принять $g = 10$ Н/кг.

**Возможное решение**

Из-за отсутствия трения и невесомости троса, сила натяжения троса T всюду одинакова. Груз уравнивает сила $6T = Mg$. Блок, к которому приложена сила F , тоже невесом, следовательно, сумма сил приложенных к блоку равна нулю и $F = 2T$. Окончательно, $F = Mg/3 = 400$ Н. Для нахождения связи между скоростями блока и груза воспользуемся условием нерастяжимости троса. Подъем блока, за который тянут груз, на некоторую высоту L при неизменном положении груза, потребовал бы удлинения троса на $2L$. В свою очередь, подъем груза на высоту h , при неизменном положении блока, был бы возможен при уменьшении длины троса на $6h$. Но, по условию трос нерастяжим, следовательно, $6h = 2L$. Откуда, скорости блока и груза связаны соотношением $v = 3u = 6$ км/ч. К этому же результату можно было прийти из энергетических соображений.

Критерии оценивания

- Обосновано равенство сил натяжения троса 2 балла
- Условие равномерного подъема груза ($6T = Mg$) 2 балла
- Учтена невесомость блока ($F = 2T$) 2 балла
- Ответ для силы F 1 балл
- Обоснование связи скоростей блока и груза 2 балла
- Ответ для скорости блока 1 балл

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

3. Лёд и вода**(Фольклор)**

В калориметр поместили 100 г льда и налили 25 г воды. После установления теплового равновесия оказалось, что масса льда не изменилась. Какие значения начальной температуры могли быть у льда в таком эксперименте? Удельная теплоемкость льда $2100 \text{ Дж}/(\text{кг}^\circ\text{C})$, удельная теплоемкость воды $4200 \text{ Дж}/(\text{кг}^\circ\text{C})$. Удельная теплота плавления льда $330 \text{ кДж}/\text{кг}$. Теплоемкостью калориметра и теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

Возможное решение

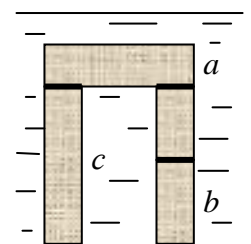
Так как после теплообмена лед находится в равновесии с жидкостью, то температура получившейся смеси 0°C . Масса льда не изменилась, что указывает на отсутствие процессов плавления и кристаллизации. По условию вода изначально была в жидком состоянии, следовательно, остыть она могла не более чем на 100°C . Составим уравнение теплового баланса $m_{\text{л}}c_{\text{л}}\Delta t_{\text{л}} = m_{\text{в}}c_{\text{в}}\Delta t_{\text{в}}$. Откуда, с учетом масс и теплоемкостей, максимальное изменение температуры льда 50°C . Окончательно, лед мог иметь температуру от 0 до -50°C .

Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| • Обоснована конечная температура смеси 0°C | 1 балл |
| • Указано максимальное изменение температуры воды | 2 балла |
| • Обосновано отсутствие процессов плавления и кристаллизации | 1 балл |
| • Уравнение теплового баланса | 3 балла |
| • Найдена минимальная температура льда | 2 балла |
| • Явно указан диапазон возможных температур льда | 1 балл |

4. Кирпичи в аквариуме**(Кармазин С.)**

Кирпич представляет собой параллелепипед, ребра которого относятся как $a : b : c = 1 : 2 : 4$. Плотность кирпича $\rho_{\text{к}} = 3\rho_{\text{о}}$, где $\rho_{\text{о}} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ – плотность воды. Кирпичная конструкция, изображенная на рисунке, и состоящая из 4-х кирпичей, расположена на дне аквариума и полностью погружена в воду. Вода затекает во все стыки этой конструкции и под нее. Чему равно отношение давления левой «ноги» на дно аквариума к давлению правой ноги? Как изменится это отношение, если воду из аквариума вылить?

**Возможное решение**

На каждый кирпич в данной конструкции действует сила Архимеда F . Следовательно, каждый кирпич давит на опору с силой $T = (mg - F)$, при этом верхний кирпич давит на две симметричные опоры с силой $T/2$ на каждую. Площадь основания левой ноги $S_{\text{л}} = ab = 2a^2$, площадь основания правой ноги равна $S_{\text{п}} = ac = 4a^2$. Следовательно, давление на дно аквариума левой ноги $P_{\text{л}} = ((3/2)T)/2a^2$, а правой ноги $P_{\text{п}} = ((5/2)T)/4a^2$. Откуда, $P_{\text{л}}/P_{\text{п}} = 6/5$. Если воду из аквариума вылить, отношение давлений не изменится, так как в этом случае все кирпичи будут давить на свою опору с силой $Q = mg$, а верхний кирпич будет давить на свои опоры с силой $Q/2$.

Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| • Указано, что давление по определению $P = F/S$ | 1 балл |
| • Учтена сила Архимеда при расчете давления на опору | 2 балла |
| • Указано, что верхний кирпич давит одинаково на обе опоры | 2 балла |
| • Правильно записаны площади опор (отличие в 2 раза) | 2 балла |
| • Проведены вычисления и получен правильный ответ | 2 балла |
| • Показано, что без воды отношение не изменится | 1 балл |

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

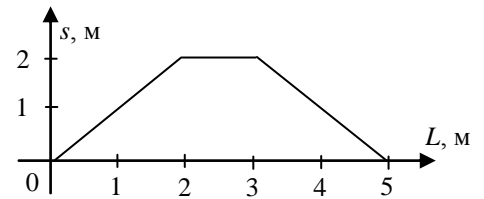
Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

9 класс

1. Верный путь

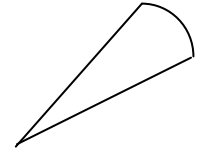
(Замятин М.)

Для тела, движущегося с постоянной по модулю скоростью, получен график зависимости модуля перемещения s от пути L . Определите модуль скорости тела, если известно, что все движение заняло $t = 20$ с. Изобразите возможную траекторию тела.



Возможное решение

Модуль скорости тела равен $v = L/t = 0,25$ м/с. На первом участке модуль перемещения и путь равны. Такое возможно при прямолинейном движении. На втором участке перемещение не изменяется, следовательно, тело движется на постоянном расстоянии от точки старта, например, по окружности радиусом $R = 2$ м. Угол на который успеваает повернуть тело, равен отношению длины дуги к радиусу $\alpha = 0,5$ рад. На третьем участке модуль перемещения уменьшается, и, настолько же увеличивается путь. Такое возможно при прямолинейном движении курсом на точку старта. Возможная траектория приведена на рисунке. Заметим, что при движении по дуге окружности тело может быстро разворачиваться и двигаться в обратном направлении с прежней скоростью. Приведенное решение – один из простейших вариантов.



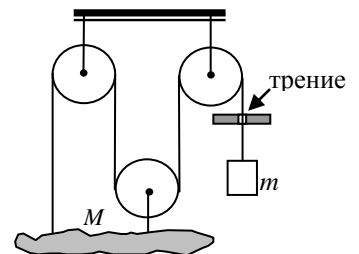
Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| • Найдено значение модуля скорости | 1 балл |
| • Обоснована прямолинейность движения на первом участке | 2 балла |
| • Движение по дуге окружности на втором участке | 4 балла |
| • Обоснована прямолинейность движения на третьем участке | 2 балла |
| • Рисунок траектории | 1 балл |

2. Равновесие

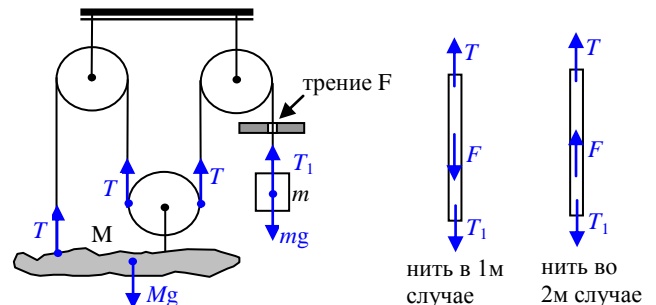
(Замятин М.)

Груз массы M , имеющий неправильную форму, подвешен на нити, переброшенной через систему блоков. К свободному концу нити прикреплен противовес массой $m = 2$ кг. Нить около противовеса продета через небольшое отверстие в неподвижной перегородке. При скольжении нити в отверстии, возникает сила трения $F = 10$ Н, действующая на нить со стороны стенок перегородки. Определите, при каких значениях массы M система может оставаться в равновесии?



Возможное решение

Возможно два случая нарушения равновесия. Первый – когда груз M начинает двигаться вниз, а второй, когда движение начинается вверх. Рассмотрим первый случай. Для минимальной массы груза M , когда его движение вниз началось, но ускорение практически равно нулю можно записать $Mg = 3T$, $T_1 = mg$. Для невесомой нити $T = F + T_1$. Откуда получаем условие движения груза M вниз: $M > 3m + 3F/g = 9$ кг.



Во втором случае изменяется только вид уравнения для нити, оно примет вид: $T + F = T_1$, и тогда условие движения груза M вверх $M < 3m - 3F/g = 3$ кг. Равновесие системы возможно при $3 \text{ кг} < M < 9 \text{ кг}$.

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

Критерии оценивания

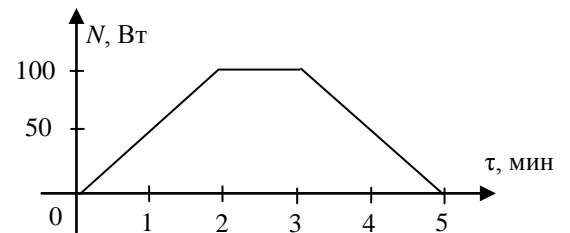
- Правильно указана сила натяжения нити T 1 балл
- Условие равновесия противовеса m 1 балл
- Условие равновесия груза M 1 балл
- Рассмотрены два случая нарушения равновесия 1 балл
- Правильная расстановка сил на участок невесомой нити 2 балла
- Формулы для граничных значений масс M 2 балла
- Численные значения граничных значений 1 балл
- Явно записан ответ в виде диапазона 1 балл

3. Самовар**(Иванов М.)**

В самоваре включают внутренний нагреватель, зависимость мощности которого от времени приведена на графике. Во время работы нагревателя максимальная скорость роста температуры содержимого самовара составила $\gamma_m = 0,2^{\circ}\text{C}/\text{с}$, а максимальная температура, которой достигло содержимое, составила $t_{\text{макс}} = 80^{\circ}\text{C}$.

- Найдите общее количество теплоты, выделенное нагревателем.
- Определите начальную температуру самовара.

Процессы внутреннего теплообмена считайте быстрыми. Теплообменом самовара с окружающей средой пренебречь. Агрегатное состояние содержимого не изменяется.

**Возможное решение**

За малое время Δt вода получит некоторое количество теплоты и нагреется на Δt . $N\Delta\tau = mc\Delta t$, откуда скорость изменения температуры $\gamma = \frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{N}{mc}$. Здесь N — мгновенная мощность нагревателя. Следовательно, максимум мощности самовара совпадает с максимумом скорости изменения температуры. $N_{\text{макс}} = 100$ Вт. Откуда,

$$mc = \frac{N_{\text{макс}}}{\gamma}$$

Общее количество теплоты выделенной нагревателем равно площади под графиком зависимости мощности от времени $Q = 6$ клеток $\times 3000$ Дж = 18 кДж.

Из уравнения теплового баланса следует $Q = mc(t_{\text{макс}} - t_0) = \frac{N_{\text{макс}}}{\gamma}(t_{\text{макс}} - t_0)$, откуда получим начальную температуру $t_0 = t_{\text{макс}} - Q\gamma / N_{\text{макс}} = 44^{\circ}\text{C}$.

Критерии оценивания

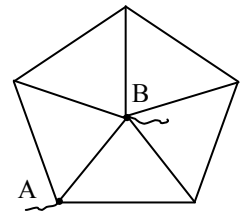
- Связь между максимальной скоростью изменения температуры и мощностью 2 балла
- Идея нахождения общего подведенного количества теплоты 2 балла
- Численное значение подведенного количества теплоты 1 балл
- Уравнение теплового баланса 2 балла
- Формула для начальной температуры 2 балла
- Численное значение для начальной температуры 1 балл

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

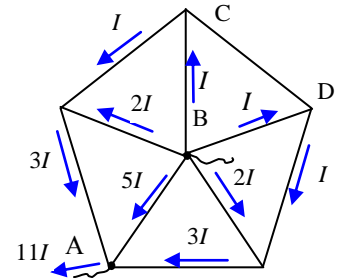
Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

4. Пентагон**(Гордеев З.)**

Вычислите эквивалентное сопротивление $R_{\text{Э}}$ между узлами А и В проволочной конструкции, изображенной на рисунке. Сопротивление каждого отдельного провода $R = 1,1 \text{ Ом}$.

**Возможное решение**

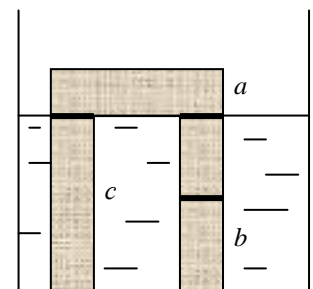
Мысленно подключим к узлам А и В источник тока с напряжением U_0 . Расставим токи в ветвях цепи с учетом симметрии схемы, закона сохранения заряда и закона Ома (в параллельных ветвях силы токов обратно пропорциональны сопротивлениям соответствующих участков). В силу симметрии схемы, токи в проводниках ВС и BD одинаковые, следовательно, напряжение на концах проводника CD равно нулю, и ток по нему не пойдет. Окончательно, $R_o = \frac{U_o}{I_o} = \frac{5IR}{11I} = \frac{5}{11}R = 0,5 \text{ Ом}$.

**Критерии оценивания**

- | | |
|---|----------|
| • Обоснование отсутствия тока в проводнике CD | 2 балла |
| • Расстановка токов с учетом симметрии (или обоснованное упрощение схемы) | 6 баллов |
| • Найдено эквивалентное сопротивление | 1 балл |
| • Численный ответ | 1 балл |

5. Кирпичная конструкция

Кирпич представляет собой параллелепипед, ребра которого относятся как $a : b : c = 1 : 2 : 4$. Плотность кирпича $\rho_k = 3\rho_o$, где $\rho_o = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды. Кирпичная конструкция, изображенная на рисунке, состоит из 4-х кирпичей и расположена на дне аквариума, в который налито столько воды, что ее «ноги» полностью погружены в воду, а «крыша» (верхний кирпич) полностью находится вне воды. Вода затекает во все стыки этой конструкции и под нее. Чему равно отношение давления левой «ноги» на дно аквариума к давлению правой «ноги»?

(Кармазин С.)**Возможное решение**

На кирпичи, находящиеся в воде, действует сила Архимеда F . Следовательно, эти кирпичи давят на свою опору с силой $T = (mg - F)$, при этом верхний кирпич давит на две симметричные опоры с силой $mg/2$ на каждую. Площадь основания левой ноги $S_n = ab = 2a^2$, площадь основания правой ноги равна $S_n = ac = 4a^2$. Следовательно, давление на дно аквариума левой ноги $P_n = ((mg - F) + mg/2)/2a^2$, а правой ноги $P_n = (2(mg - F) + mg/2)/4a^2$. Так как по условию $mg = 3F$, получаем: $P_n = (7F/4a^2)$ и $P_n = (11F/8a^2)$. Откуда, $P_n/P_n = 14/11$.

Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| • Указано, что давление по определению $P = F/S$ | 1 балл |
| • Учтена сила Архимеда при расчете давления на опору | 2 балла |
| • Указано, что верхний кирпич давит одинаково на обе опоры | 1 балл |
| • В вычислениях учтено, что $mg = 3F$ или $F = mg/3$ | 2 балла |
| • Правильно записаны площади опор (отличие в 2 раза) | 1 балл |
| • Проведены вычисления и получен правильный ответ | 3 балла |

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

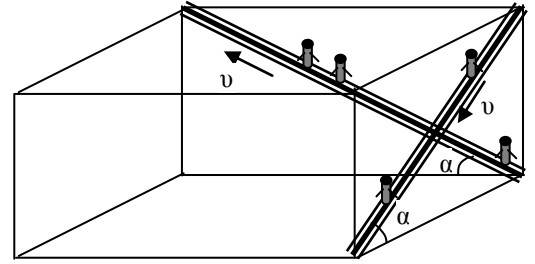
Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

10 класс

1. Атриум

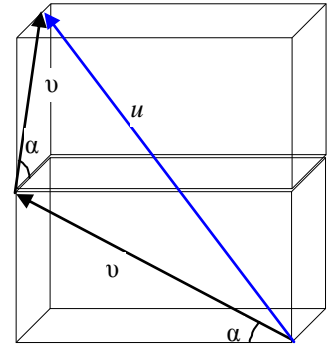
(Замятин М.)

В крупном торговом центре эскалаторы, работающие на спуск и подъем, установлены в перпендикулярных плоскостях. Скорость движения ленты эскалаторов одинакова и равна $v = 1$ м/с. Углы наклона эскалаторов к горизонту тоже одинаковы и равны $\alpha = 30^\circ$. Определите, с какой скоростью $v_{\text{отн}}$ движется пассажир, стоящий на одном эскалаторе относительно пассажира, стоящего на другом?



Возможное решение

Выразим относительную скорость через три проекции на ортогональные оси. Дважды применяя теорему Пифагора, получим $(2v \sin \alpha)^2 + (v \cos \alpha)^2 + (v \cos \alpha)^2 = u^2$, откуда $u = v\sqrt{2(1 + \sin^2 \alpha)} = v\sqrt{5/2} \approx 1,6$ м/с.



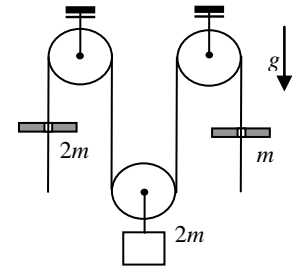
Критерии оценивания

- | | |
|---|----------|
| • Правильная геометрическая интерпретация закона сложения скоростей | 2 балла |
| • Нахождение проекций относительной скорости (за каждую 2 балла) | 6 баллов |
| • Применение теоремы Пифагора и получение ответа в общем виде | 1 балл |
| • Численный ответ | 1 балл |

2. Два кольца

(Замятин М.)

По свисающим концам легкой нерастяжимой нити, перекинутой через систему блоков, скользят кольца, масса которых $2m$ и m . Определите ускорения колец, если известно, что подвижный блок с прикрепленным к нему грузом $2m$ покоится.



Возможное решение

Так как нить легкая, то сила T её натяжения на участке между кольцами одинакова. Из условия равновесия груза массой $2m$ следует, что $2T = 2mg$, или $T = mg$. Силы, действующие на нить со стороны колец, должны быть тоже одинаковыми и равными T , в противном случае нить начнет движение с бесконечным ускорением. По третьему закону Ньютона одинаковы и силы трения, действующие на кольца со стороны нити. Применим второй закон Ньютона для колец в проекции на вертикальную ось направленную вниз. Для левого кольца: $2ma_1 = 2mg - T$; для правого кольца: $ma_2 = mg - T$, откуда следует, что ускорения колец равны $a_1 = g/2$ и $a_2 = 0$, соответственно.

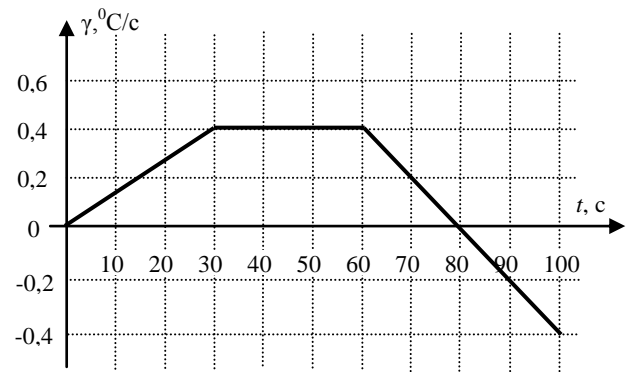
Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| • Явная ссылка на легкость нити при расстановке сил | 1 балл |
| • Условие равновесия груза $2m$ | 1 балл |
| • Определение сил, действующих на кольца со стороны нити (обоснование) | 2 балла |
| • Вторые законы Ньютона для колец по 2 балла | 4 балла |
| • Найдены ускорения колец по 1 баллу | 2 балла |

3. Нагрев с охлаждением**(Иванов М.)**

В теплоизолированную установку, которая может работать как в режиме нагревателя, так и в режиме холодильника переменной мощности, помещают $m = 1$ кг воды при температуре 20°C . Зависимость скорости изменения температуры воды от времени после включения установки приведена на графике. $c_{\text{воды}} = 4200$ Дж/(кг $^{\circ}\text{C}$). Определите:

- максимальную мощность нагревателя в процессе эксперимента;
- максимальную температуру, до которой нагревалась вода;
- конечную температуру воды;
- количество теплоты, отведенное от воды за время, когда установка работала в режиме холодильника.

**Возможное решение**

За малое время Δt вода получит некоторое количество теплоты и нагреется на Δt . $N\Delta\tau = mc\Delta t$, откуда скорость

изменения температуры $\gamma = \frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{N}{mc}$. Здесь N – мгновенная мощность установки. Следовательно, максимум

мощности установки совпадает с максимумом скорости изменения температуры. $N_{\text{макс}} = \gamma mc = 1680$ Вт.

Изменение температуры воды пропорционально площади под графиком приведенной зависимости. Удобно считать количество теплоты в прямоугольных клеточках. Одна клетка соответствует изменению температуры на 2°C . Нагревание продолжается 80 с. За это время вода нагреется на 22°C , т.е. до 42°C .

С 80 по 100 с установка работает в режиме холодильника и за это время уменьшает температуру воды на $\Delta t_x = 4^{\circ}\text{C}$. Конечная температура воды 38°C .

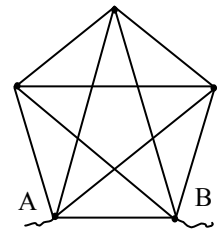
В режиме холодильника от воды отведено $Q = mc\Delta t_x = 16,8$ кДж.

Критерии оценивания

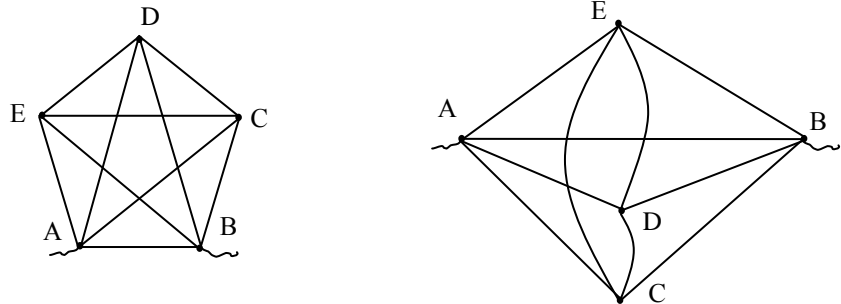
- | | |
|--|---------|
| • Обоснование соответствия мощности и скорости изменения температуры | 1 балл |
| • Нахождение максимальной мощности | 1 балл |
| • Определение момента прекращения нагрева | 1 балл |
| • Изменение температуры через площадь под графиком | 1 балл |
| • Определение максимальной температуры | 2 балла |
| • Определение конечной температуры | 2 балла |
| • Определение отведенного тепла | 2 балла |

4. Звезда над пентагоном**(Гордеев З.)**

Вычислите эквивалентное сопротивление R_0 между узлами А и В проволочной конструкции, изображенной на рисунке. Сопротивление каждого отдельного провода $R = 0,5$ Ом. Провода соединяются друг с другом только в узлах отмеченных точками в вершинах внешнего пятиугольника.

**Возможное решение**

Обозначим узлы схемы и перерисуем ее так, чтобы заметнее стала симметрия. Получаем сбалансированную мостиковую схему.



Мысленно подключим к узлам А и В источник тока с напряжением U_0 . По проводам, соединяющим узлы Е, D, С, ток не пойдет, и при расчете эквивалентного сопротивления их можно исключить из рассмотрения. Окончательно, между узлами А и В мы имеем четыре параллельные ветви (три с сопротивлением $2R$ и одна с сопротивлением R , которая эквивалентна ещё двум параллельным ветвям с сопротивлениями по $2R$). Их эквивалентное сопротивление $\frac{1}{R_0} = \frac{5}{2R}$, откуда $R_0 = \frac{2}{5}R = 0,2$ Ом.

Заметим, что сопротивление системы из N точек попарно соединенных одинаковыми проводниками с сопротивлением R не зависит от того между какими именно точками измеряется эквивалентное сопротивление и равно $R_0 = \frac{2}{N}R$.

Критерии оценивания

- | | |
|--|----------|
| • Обоснование отсутствия тока по трем проводам схемы | 5 баллов |
| • Расчет сопротивления упрощенной схемы | 4 балла |
| • Численный ответ | 1 балл |

5. Частичное подтекание**(Кармазин С.)**

Кирпич представляет собой параллелепипед, ребра которого относятся как $a : b : c = 1 : 2 : 4$. Плотность кирпича $\rho_k = 3\rho_o$, где $\rho_o = 1000$ кг/м³ – плотность воды. Кирпичная конструкция, изображенная на рисунке, состоит из 4-х кирпичей и находится на дне аквариума, в который налито столько воды, что ее «ноги» полностью погружены в воду, а «крыша» (верхний кирпич) полностью находится вне воды. Нижнее основание правой «ноги» тщательно проклеено герметиком (как показано на рисунке), и поэтому вода не подтекает под правую «ногу». При этом под ногой сохранился воздух, находящийся там при атмосферном давлении. Во все остальные стыки этой конструкции вода затекает. Чему равно отношение давления левой «ноги» на дно аквариума к давлению правой «ноги»? Массой и объемом герметика можно пренебречь.



Возможное решение

На левый кирпич и правый верхний кирпич, находящиеся в воде, действует сила Архимеда F . Следовательно, эти кирпичи давят на свою опору с силой $T = (mg - F)$. Верхний кирпич давит на опоры с силой $mg/2$ на каждую. Под правый нижний кирпич вода не подтекает, поэтому на него вниз кроме силы тяжести действует еще сила давления слоя воды высотой b , которая равна $Q = \rho_w g b(ac)$, где ac – площадь верхней грани этого кирпича. Так как abc равно объему кирпича, то $Q = F$.

Площадь основания левой ноги $S_{\text{л}} = ab = 2a^2$, площадь основания правой ноги равна $S_{\text{п}} = ac = 4a^2$. С учетом сказанного, давление левой ноги на дно аквариума $P_{\text{л}} = ((mg - F) + mg/2)/(2a^2)$, а правой ноги, соответственно $P_{\text{п}} = ((mg + F) + (mg - F) + mg/2)/(4a^2)$. Так как по условию $mg = 3F$, получаем: $P_{\text{л}} = (7F/(4a^2))$ и $P_{\text{п}} = 15F/(8a^2)$. Окончательно, $P_{\text{л}}/P_{\text{п}} = 14/15$.

Критерии оценивания

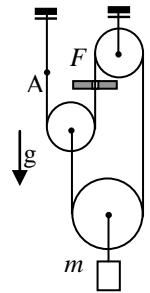
- | | |
|--|---------|
| • Указано, что давление по определению $P = F/S$ | 1 балл |
| • Учтена сила Архимеда при расчете давления на опору | 1 балл |
| • Указано, что верхний кирпич давит одинаково на обе опоры | 1 балл |
| • Учтено, что на правый нижний кирпич давит слой воды | 1 балл |
| • Показано, что сила этого давления равна силе Архимеда | 2 балла |
| • В вычислениях учтено, что $mg = 3F$ или $F = mg/3$ | 1 балл |
| • Правильно записаны площади опор (отличие в 2 раза) | 1 балл |
| • Проведены вычисления и получен правильный ответ | 2 балла |

11 класс

1. Ускорение с трением

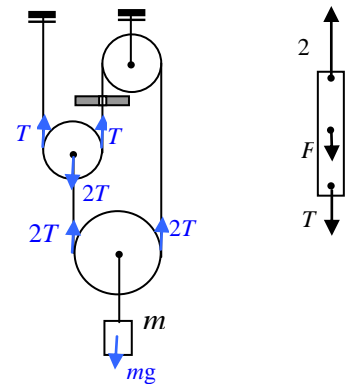
(Замятин М.)

Определите ускорение груза массой m в системе, состоящей из трех невесомых блоков и невесомой нерастяжимой нити, пропущенной через отверстие (в лапке штатива), в котором при скольжении нити возникает сила трения F . Найдите силу T_A натяжения нити в районе узелка А. Трение в осях блоков отсутствует.



Возможное решение

Предположим, что проскальзывание нити в отверстии есть. Тогда силы натяжения, действующие на левый подвижный блок, вследствие его невесомости, отличаются в два раза. Из-за невесомости фрагмента нити пропущенного через отверстие $2T = F + T$. Откуда $T = F$. Из второго закона Ньютона для груза $a = g - \frac{4F}{m}$. Что возможно при $F < \frac{mg}{4}$. В противном случае система неподвижна, и сила трения меньше максимального значения F . В покоящейся системе ($a = 0$) сила натяжения нити $T = \frac{mg}{4}$. Если проскальзывание есть, то $T = F$.



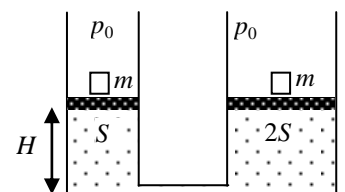
Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| • Учет невесомости блока в расстановке сил | 1 балл |
| • Учет невесомости нити в расстановке сил | 1 балл |
| • Правильный учет силы трения на нить | 2 балла |
| • Нахождение силы натяжения нити (учет двух случаев) | 3 балла |
| • Нахождение ускорения (учет двух случаев) | 3 балла |

2. Кубики

(Замятин М.)

Два вертикальных цилиндра с сечениями S и $2S$, соединенные снизу тонкой трубкой, заполнены идеальным газом и закрыты сверху подвижными невесомыми поршнями, находящимися изначально на одинаковой высоте H от основания. Давление p_0 над поршнями атмосферное. Одновременно на оба поршня кладут кубики одинаковой массы m . В каком направлении сместятся поршни к тому моменту, когда система придет в новое равновесное состояние. Определите, на какие расстояния сместятся поршни. Температуру газа можно считать неизменной. Трение между стенками цилиндра и поршнем не учитывайте.



Возможное решение

Для того чтобы оба поршня находились над газом необходимо, чтобы под ними были давления $p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$ и

$p_2 = p_0 + \frac{mg}{2S}$ соответственно. Но так как сосуды сообщаются, то разные давления в правом левом сосуде невозможны. Газ полностью перетечет из левого сосуда в правый. Поэтому смещение левого поршня находится сразу $h_1 = H$. Для определения смещения правого поршня запишем уравнение Клапейрона для начального и

конечного состояния газа $3p_0SH = \left(p_0 + \frac{mg}{2S}\right)2S(h_2 + H)$. Откуда $h_2 = H \frac{p_0S - mg}{p_02S + mg}$. Видно, что правый поршень может как подняться, так и опуститься в зависимости от массы кубика. Для нормального атмосферного

давления $p_0 = 10^5$ Па высота кубика сделанного даже из ртути должна составлять около метра. Но если атмосфера разрежена, то такой вариант возможен.

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

Заметим, что начальное состояние системы неустойчивое. Если на один из поршней положить малый перегрузок, то поршень опустится до основания цилиндра.

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| • Новое давление под поршнями | 2 балла |
| • Описание нового состояния равновесия | 2 балла |
| • Изменение высоты левого поршня | 1 балл |
| • Уравнение Клапейрона для газа | 2 балла |
| • Изменение высоты правого поршня | 2 балла |
| • Анализ возможных вариантов подъема/опускания поршня | 1 балл |

3. Теплота и энергия

(Фольклор)

Электрическая цепь состоит из соединенных последовательно: идеального источника тока, с ЭДС $E = 15$ В, резистора, ключа и незаряженного конденсатора. Ключ замыкают. Определите напряжение U на конденсаторе для того момента, когда энергия, выделившаяся на резисторе, в 9 раз превысит энергию конденсатора.

Возможное решение

По закону сохранения энергии работа источника тока приводит к выделению теплоты на резисторе и накоплению электростатической энергии в конденсаторе:

$$Eq = W_R + W_C = 10W_C.$$

Энергия конденсатора $W_C = \frac{qU}{2}$. Откуда $U = \frac{E}{5} = 3$ В.

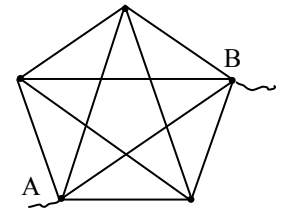
Критерии оценивания

- | | |
|--|----------|
| • Записан закон сохранения энергии с учетом работы источника | 5 баллов |
| • Записано выражение для энергии конденсатора | 3 балла |
| • Найдено выражение для напряжения конденсатора | 1 балл |
| • Получено численное значение напряжения | 1 балл |

4. Звезда и пентагон

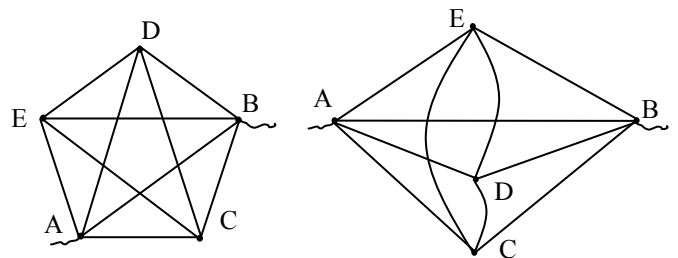
(Гордеев 3.)

Вычислите эквивалентное сопротивление R_0 между узлами А и В проволочной конструкции, изображенной на рисунке. Сопротивление каждого отдельного провода $R = 0,5$ Ом. Провода соединяются друг с другом только в узлах отмеченных точками в вершинах внешнего пятиугольника.



Возможное решение

Обозначим узлы схемы и перерисуем ее так, чтобы заметнее стала симметрия.



Получаем сбалансированную мостиковую схему. По проводам, соединяющим узлы Е, D, С, ток не пойдет, и при расчете общего сопротивления их можно не учитывать. Окончательно, между узлами А и В мы имеем четыре параллельные ветви (три с сопротивлением $2R$ и одна с сопротивлением R , которая эквивалентна ещё двум параллельным ветвям с сопротивлениями по $2R$). Их эквивалентное сопротивление $\frac{1}{R_0} = \frac{5}{2R}$, откуда

$$R_0 = \frac{2}{5}R = 0,2 \text{ Ом.}$$

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

Заметим, что сопротивление системы из N точек попарно соединенных одинаковыми проводниками с сопротивлением R не зависит от того между какими именно точками измеряется эквивалентное сопротивление и равно $R_0 = \frac{2}{N} R$.

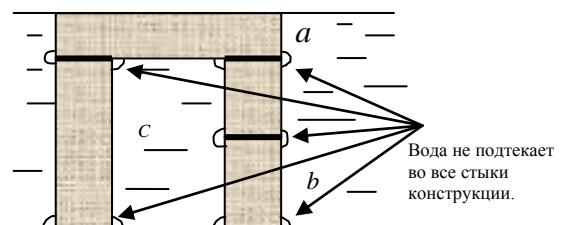
Критерии оценивания

- Обоснование отсутствия тока по трем проводам схемы 5 баллов
- Расчет сопротивления упрощенной схемы 4 балла
- Численный ответ 1 балл

5. Подтекания нет!

(Кармазин С.)

Кирпич представляет собой параллелепипед, ребра которого относятся как $a : b : c = 1 : 2 : 4$. Плотность кирпича $\rho_k = 3\rho_o$, где $\rho_o = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды. Кирпичная конструкция, изображенная на рисунке, состоит из 4-х кирпичей и находится на дне аквариума. Уровень налитой воды точно совпадает с верхней плоскостью верхнего кирпича. Все стыки этой конструкции тщательно проклеены герметиком, и поэтому вода в них не подтекает, но, в этих стыках сохранился воздух, находящийся там при атмосферном давлении. Чему равно отношение давления левой «ноги» на дно аквариума к давлению правой «ноги»? Массой и объемом герметика можно пренебречь.



Возможное решение

Левая нога испытывает только боковое давление воды, а на правую ногу действует еще сила давления, направленная вниз. На верхний кирпич, кроме силы тяжести, действует вверх сила давления воды Q . Площадь контакта воды с верхним кирпичом равна $S = (c-2a)b = (4a-2a)b = 2ab = (c/2)b = 4a^2$. Нижняя грань кирпича находится на глубине a . Таким образом $Q = \rho_w g a (c/2)b = F/2$, где $F = \rho_w g a c b = 8\rho_w g a^3$. Следовательно, верхний кирпич давит на две симметричные опоры с силой $T = (mg - (F/2))/2 = 5F/4$ на каждую. На правую ногу сила давления со стороны воды равна $F_1 = \rho_w g a S_1$, где $S_1 = ac - ab = 4a^2 - 2a^2 = 2a^2$. Следовательно, $F_1 = 2\rho_w g a^3 = F/4$. Площадь основания левой ноги $S_l = ab = 2a^2$, площадь основания правой ноги равна $S_n = ac = 4a^2$. С учетом $3F = mg$, давление на дно аквариума левой ноги $p_l = (3F + T)/2a^2 = 17F/8a^2$, а правой ноги $p_n = (6F + T + F_1)/4a^2 = 15F/8a^2$. Следовательно $p_l/p_n = 17/15$.

Критерии оценивания

- Указано, что давление по определению $P = F/S$ 1 балл
- Указано, что на ноги сила Архимеда не действует 1 балл
- Указано, что на верхний кирпич действует вверх сила давления воды 1 балл
- Вычислена сила Q давления воды, действующая на верхний кирпич 1 балл
- Указано, что верхний кирпич давит одинаково на обе опоры с силой $(mg - Q)/2$ 1 балл
- Учтена сила давления воды на правый верхний кирпич 2 балла
- Записаны уравнения для сил давления правой и левой опоры 1 балл
- Правильно записаны площади опор (отличие в 2 раза) 1 балл
- Проведены вычисления и получен правильный ответ 1 балл