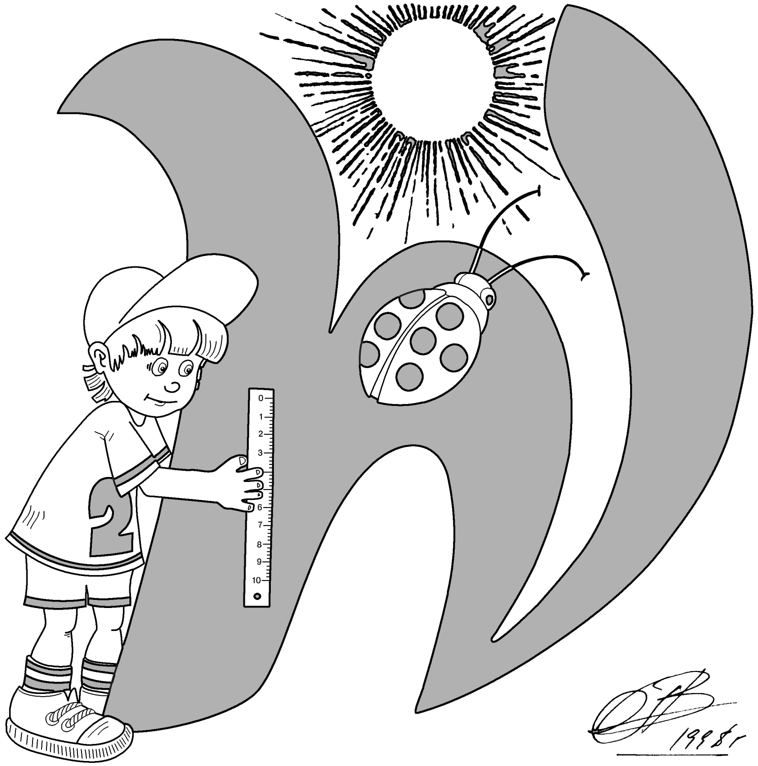
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXIV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 1999/2000 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **fizolimp@mail.ru** (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Александров Д.	1. Яманов А.	1. Макаров А.
2. Фольклор	2. Александров Д.	2. Имамбеков А.
3. Мельниковский Л.	3. Дерябкин В.	3. Чивилев В.
4. Кирьяков Б.	4. Мещерский Е.	4. Гуденко А.
	5. Компанеец Р.	5. Слободянин В.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Макаров А., Качура Б.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:38.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Про мышат

Кот Леопольд стоял у края крыши сарая. Два злобных мышонка выстрелили в него из рогатки. Однако камень, описав дугу, через $t_1 = 1{,}2$ с упруго ударился о вертикальную стену сарая у самых лап кота и через $t_2 = 1{,}0$ с упал на землю (рис. 1). На какой высоте находился кот Леопольд?

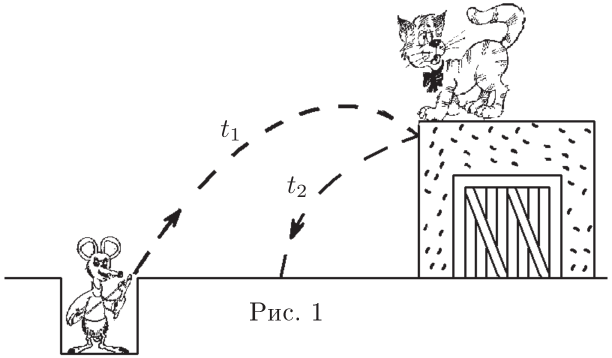


Рис. 1

Задача 2. Зависший груз

Вначале систему грузов (рис. 2) удерживают в состоянии покоя. Первый груз лежит на горизонтальной поверхности, а два других висят на блоках. Оси крайних блоков неподвижны, а средний блок может передвигаться. Считая m_1 и m_3 заданными, определите массу груза m_2, при которой он будет оставаться неподвижным после отпускания грузов. Трением в системе, массами блоков и веревки пренебречь.

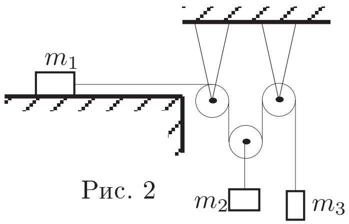


Рис. 2

Задача 3. Морозильник

В лаборатории, температура которой постоянна, находится пустая морозильная камера, на внутренних стенках которой намерзло $m = 5$ кг льда. Компрессор холодильника включается, когда температура в камере поднимается до $-0{,}5$ °C. Через 10 минут работы компрессора температура в камере падает до $-1{,}5$ °C, и компрессор автоматически выключается. Через 30 минут камера вновь нагревается до $-0{,}5$ °C, и цикл повторяется. Оцените, через какое время после отключения компрессора от электрической сети весь лед, намерзший на стенки камеры, растает. Теплоемкость льда $c_л = 2{,}1$ кДж/(кг · К), а его удельная теплота плавления $\lambda = 330$ кДж/кг. Теплоемкостью камеры можно пренебречь.

Задача 4. Эхолот

Скоростной катер, удаляющийся от берега со скоростью $\vec{v}$, проводит исследование морского дна методом ультразвуковой локации, посылая короткие ультразвуковые сигналы в направлении, составляющем угол α с поверхностью моря. При достижении дна ультразвуковой сигнал отражается от него под тем же углом, что и падает (рис. 3). Пренебрегая рассеянием, определите угол наклона дна β, если отраженный сигнал достигает катера при угле $\alpha = \alpha_0$. Скорость звука c в воде считать известной.

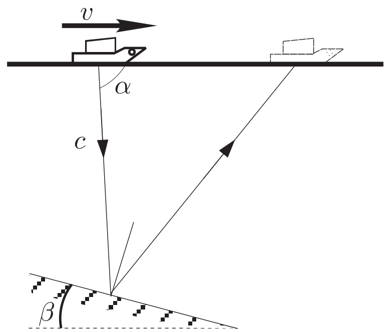


Рис. 3

10 класс

Задача 1. Про тело

Тело массы $m = 1$ кг разгоняется из состояния покоя переменной силой, причем произведение силы на скорость остается величиной постоянной, равной 50 $(\text{Н} \cdot \text{м})/\text{с}$.

1. Определите, за какое время t_1 тело достигнет скорости $v_1 = 10$ м/с.
2. Постройте график $v(t)$.
3. Определите с помощью этого графика расстояние S, которое преодолеет тело за время t_1.

Задача 2. Про точку

Материальная точка движется по дуге окружности радиуса $R = 1$ м. Скорость точки меняется по закону $v = v_0/\cos\alpha$, где $v_0 = 1$ м/с (рис. 4). Найдите ускорение (по модулю) точки M в тот момент, когда угол $\alpha = 60°$.

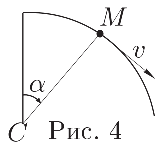


Рис. 4

Задача 3. Злоумышленник ломает линейку

Дюралюминиевую линейку длиной $L = 30$ см изгибают так, что она образует полуокружность. Какова должна быть толщина d линейки, чтобы она при этом не лопнула? Модуль Юнга для дюралюминия $E = 7 \cdot 10^{10}$ Н/м^2, прочность на разрыв $\sigma_{\text{разр}} = 45 \cdot \cdot 10^7$ Н/м^2. Считать, что вплоть до разрыва деформации в дюралюминии остаются упругими.

Примечание: Считать известным, что при изгибе тонкой линейки в слое, равноотстоящем от наружной и внутренней поверхностей, нет деформаций растяжения и сжатия.

Задача 4. Кастрюля под крышкой

В вертикальном цилиндрическом сосуде находится вода массы $m = 1$ г. К поверхности воды прилегает поршень площадью $S = 100$ см^2. Воду в цилиндре стали нагревать. В момент времени τ_0, когда ее температура достигла $t_0 = 100$ °C, вода закипела и стала медленно испаряться. Начиная с этого момента времени τ_0 система поддерживалась при температуре t_0.

(а) Какое количество теплоты нужно подвести к воде, чтобы она полностью испарилась?

(б) На какую высоту H при этом поднимется поршень?

Если теперь на поршень, находящийся на высоте H от дна, положить небольшой груз массы 1 г, то

(в) на какое расстояние ΔH сместится поршень?

(г) Какая работа над газом в сосуде будет совершена при этом?

Удельная теплота парообразования воды $\lambda = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг. Трением между стенками цилиндра и поршнем пренебречь.

Задача 5. Борьба за КПД

Найдите максимально возможное значение КПД η цикла, в котором участвует идеальный одноатомный газ. В PV-координатах цикл имеет форму прямоугольного треугольника, левый катет которого — изохора, а верхний катет — изобара (рис. 5).

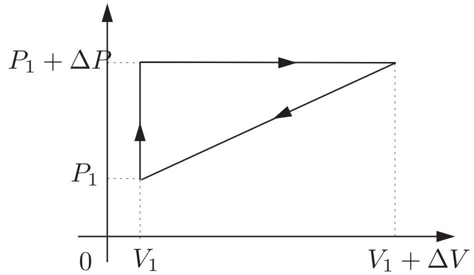


Рис. 5

11 класс

Задача 1. Если кончилось горючее

Двигатель подводной лодки развивает мощность P. При этом ее скорость равна u. Определите, на каком расстоянии S от точки выключения двигателя остановится лодка, если сила сопротивления движению лодки пропорциональна ее скорости. Масса лодки равна M. Глубина погружения лодки не меняется на протяжении всего пути.

Задача 2. Большой маятник

На маленькой планете Tiny проводится эксперимент по проверке теории колебаний. Суть эксперимента такова: измеряется период T малых колебаний математического маятника, длина L нити которого равна радиусу планеты, а точка подвеса маятника отстоит от центра Tiny на расстоянии, которое чуть больше ее удвоенного радиуса. Найдите период T, если ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты равно g_{T}. Вращением Tiny вокруг собственной оси и массой нити пренебречь. Атмосфера на планете отсутствует.

Задача 3. Термос в вакууме

На горизонтальной поверхности под вакуумным колоколом стоит теплоизолированный сосуд с двумя поршнями (рис. 6). Между поршнями, а также между нижним поршнем и дном сосуда находятся одинаковые массы идеального одноатомного газа. Верхний поршень массы m теплоизолирован, а на нем стоит гиря такой же массы. Нижний поршень теплопроводящий и его масса равна $2m$. Система находится в термодинамическом равновесии, ее температура $T_1 = 320$ K. Гирю быстро снимают с поршня. Какая температура установится в системе? Трением поршней о стенки сосуда и теплоемкостью системы поршни–сосуд можно пренебречь. Массы газа много меньше m.

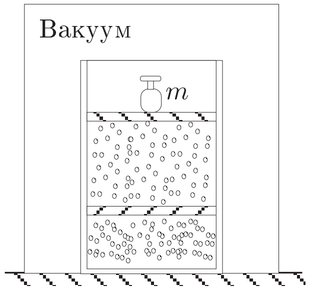


Рис. 6

Задача 4. Вылетающие электроны

Из электронной пушки вылетают электроны со скоростью v_0. Далее электронный пучок летит вдоль оси симметрии плоского конденсатора (рис. 7). На пластины конденсатора подают переменное напряжение с импульсами прямоугольной формы (рис. 8). Амплитуда этого напряжения U_0, а длительность импульса — τ. Длина пластин конденсатора L, а расстояние между ними d. Полагая, что $\tau \ll L/v_0$, найдите минимальное значение U_0 начиная с которого некоторые электроны уже не смогут вылетать

из конденсатора. Заряд электрона e, масса m. Силой тяжести и краевыми эффектами пренебречь.

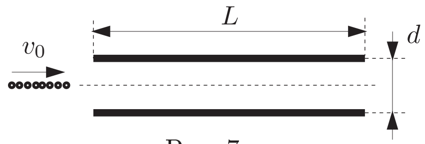


Рис. 7

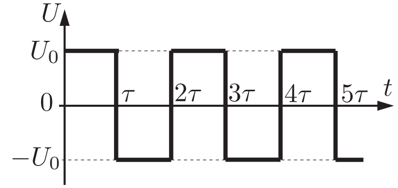


Рис. 8

Задача 5. Пуговицы

На дне двух рядом стоящих стаканов с тонким дном лежит по одинаковой пуговице. Один стакан пустой, а другой заполнен водой. Оба стакана стоят на листе миллиметровой бумаги. Экспериментатор Глюк рассматривая сверху пуговицы в стаканах заметил, что видимый диаметр левой пуговицы в сравнении с клетками миллиметровой бумаги составил 14 мм, а видимый диаметр правой пуговицы — 16 мм (рис. 9). В каком из стаканов, левом или правом налита вода? До какой высоты налита вода в этом стакане, если известно, что расстояние H от глаза Глюка до дна каждого из стаканов равно 28 см. Показатель преломления воды $n = 4/3$.

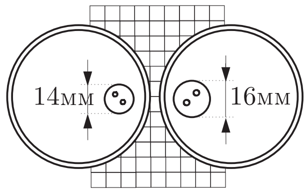


Рис. 9

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Про мышат

Пусть ось Oy направлена от уровня Земли вертикально вверх, а v_{0y} — вертикальная составляющая начальной скорости камня. Тогда для времени полета камня до лап кота Леопольда можно записать:

$$v_{0y}t_1 - g\frac{t_1^2}{2} = H.$$

В момент удара камня о стену он имел вертикальную составляющую скорости $v_{1y} = v_{0y} - gt_1$. Т. к. удар абсолютно упругий, а стена вертикальна, то вертикальная составляющая скорости камня не меняется. Тогда можно записать условие падения камня на землю:

$$H + v_{1y}t_2 - g\frac{t_2^2}{2} = 0.$$

Решая совместно полученные уравнения, найдем скорость $v_{0y} = g\frac{t_1 + t_2}{2}$.

Окончательно получим $H = g\frac{t_1 t_2}{2} = 6{,}0$ м.

Задача 2. Зависший груз

Поскольку груз m_2 остается неподвижным, его наличие или отсутствие не должно влиять на характер движения грузов m_1 и m_3. Поэтому схему из условия можно преобразовать (рис. 10). Согласно второму закону Ньютона,

$$a = \frac{m_3 g}{m_1 + m_3}.$$

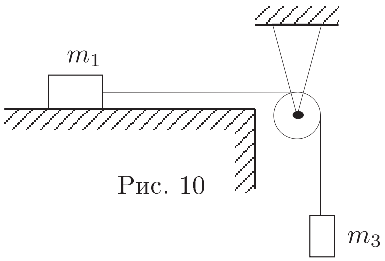


Рис. 10

Натяжение T нити найдем из уравнения движения любого из грузов: $m_1 a = T$ или $m_3 a = m_2 g - T$, откуда

$$T = g\frac{m_1 m_3}{m_1 + m_2}.$$

Поскольку груз m_2 неподвижен, его ускорение равно нулю: $\frac{2T - m_2 g}{m_2} = 0$.

Отсюда $m_2 = \frac{2T}{g}$, или $m_2 = \frac{2m_1 m_3}{m_1 + m_3}$.

Задача 3. Морозильник

Поток тепла в камеру зависит от разности температур снаружи и внутри камеры. При таянии льда поток тепла в камеру практически такой же, как и в рабочем режиме. Мощность потока тепла можно определить по нагреванию камеры при отключенном компрессоре: $P = mc_л\frac{\Delta t}{\tau}$, где $\tau = 30$ мин., по условию. $\Delta t = -0{,}5$ °C – $(-1{,}5$ °C$) = 1$ °C.

Время T размораживания всего льда найдем из условия $PT = m\lambda$. Следовательно, $T = \frac{\lambda}{c_л}\frac{\tau}{\Delta t} \approx 79$ ч ≈ 3 сут.

Задача 4. Эхолот

Будем решать задачу в системе отсчета, связанной с катером. В ней вектор скорости посланного сигнала $\vec{u} = \vec{c} - \vec{v}$.

Он должен быть перпендикулярен дну, иначе эхо-сигнал не сможет достичь катера. Из рисунка 11 видно, что $\operatorname{tg}\beta = \frac{u_x}{u_y}$, где $u_x = c\cos\alpha - v$, $u_y = c\sin\alpha$. Следовательно, $\operatorname{tg}\beta = \frac{c\cos\alpha - v}{c\sin\alpha}$.

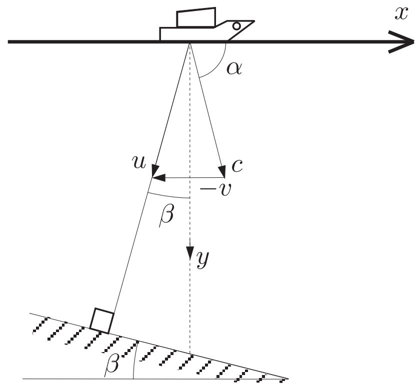


Рис. 11

10 класс

Задача 1. Про тело

Произведение силы на скорость есть мощность N, т. е. $N = 50$ (Н·м)/с. Следовательно, $\dfrac{mv^2}{2} = Nt$, откуда $t = \dfrac{mv^2}{2N}$. Находим время разгона: $t_1 = 1$ с. Поскольку $v = \sqrt{\frac{2N}{m}}\sqrt{t}$, то $v = 10\sqrt{t}$.

График зависимости $v(t)$ приведен на рис. 12. Путь, пройденный телом за 1 с, численно равен площади под графиком скорости. По клеточкам вычислим $S \approx (6{,}7 \pm 0{,}3)$ м.

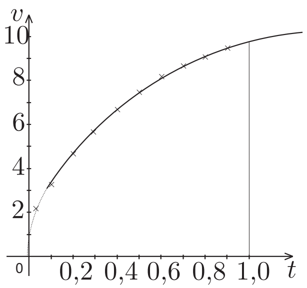


Рис. 12

Задача 2. Про точку

Введем систему координат так, как показано на рис. 13. Получим:

$$v_x = \left(\frac{v_0}{\cos\alpha}\right)\cos\alpha = v_0 = \text{const}\,.$$

Следовательно, $a_x = 0$, т.е. $a = a_y$.

Проекция вектора ускорения $\vec{a}$ на радиус CM численно равна центростремительному ускорению: $a\cos\alpha = v^2/R$, откуда:

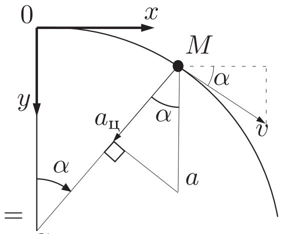


Рис. 13

$$a = \frac{v_0^2}{R\cos^3\alpha} = 8 \text{ м/с}^2.$$

Задача 3. Злоумышленник ломает линейку

Наружная длина линейки с радиусом изгиба R равна:

$$l = \left(R + \frac{d}{2}\right)\pi = \pi R + \frac{\pi d}{2} = L + \frac{\pi d}{2}.$$

Удлинение внешней поверхности линейки $\Delta l = \dfrac{\pi d}{2}$.

Из закона Гука следует, что механическое напряжение $\sigma = E\dfrac{\Delta l}{L}$. Линейка не лопнет при

$$d \leqslant \frac{2L\sigma_{\text{разр}}}{\pi E} = 1{,}23 \text{ мм}.$$

Задача 4. Кастрюля под крышкой

Заметим, что давление пара в сосуде, создаваемое весом поршня и внешним атмосферным давлением, равно нормальному, т. е. 10^5 Па.

(а) Обратите внимание на то, что работа газа против сил внешнего давления входит в λ! $\Rightarrow$ $Q = m\lambda = 2{,}3 \cdot 10^3$ Дж.

(б) Поршень остановится после того, как вся вода выкипит, ибо в дальнейшем по условию температура в сосуде поддерживается постоянной и равной T_0. $PV = \dfrac{m}{\mu}RT$, где $V = HS$, следовательно $H = \dfrac{mRT}{\mu SP} \approx 17{,}2$ см.

(в) При изотермическом процессе даже незначительное увеличение давления (в нашем случае это 0,001%) приведет к конденсации всего пара. Следовательно $\Delta H = H = 17{,}2$ см.

(г) Давление водяного пара при $t_0 = 100\,^\circ$C равно нормальному атмосферному, поэтому

$$A = P_{\text{атм}}SH \approx 10^5 \text{ Па} \cdot (100 \cdot 17{,}2) \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \approx 170 \text{ Дж}.$$

Задача 5. Борьба за КПД

Из рис. 14 видно, что $\eta = \dfrac{A}{Q_V + Q_P}$ (1), здесь $A = \dfrac{1}{2}\Delta P \Delta V$ (2). Тепло, подводимое к газу на изобаре и изохоре, есть $Q_V = \nu c_V \Delta T_1$ (3) и $Q_P = \nu c_P \Delta T_2$ (4).

ΔT_1 и ΔT_2 найдем из уравнения состояния:

$$PV = \nu RT, \;\Rightarrow\; V_1\Delta P = \nu R\Delta T_1 \;\; (5), \;\; P_2\Delta V = \nu R \Delta T_2. \quad (6)$$

Подставляя (2),(3) и (4) в (1), получим:

$$\eta = \frac{1}{2}\frac{\Delta P\Delta V}{\nu c_V \dfrac{V_1\Delta P}{\nu R} + \nu c_P \dfrac{P_2 \Delta V}{\nu R}},$$

$$\eta = \frac{1}{2\left(\dfrac{c_V}{R}\dfrac{V_1}{\Delta V} + \dfrac{c_P}{R}\dfrac{P_2}{\Delta P}\right)} \quad (7).$$

Из (7) видно, что при уменьшении V_1 и P_2 КПД цикла возрастает. $\min V_1 = 0$, $\min P_2 = \Delta P$. Отсюда,

$$\eta_{\max} = \frac{1}{2\dfrac{c_P}{R}\left(\dfrac{\Delta P}{\Delta P}\right)} = \frac{R}{2c_p} = \frac{1}{5}.$$

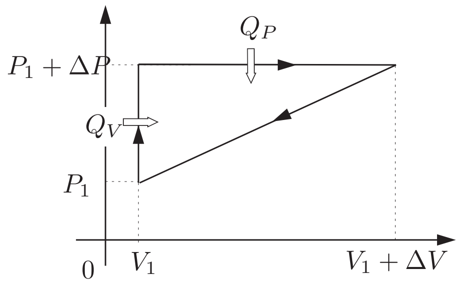


Рис. 14

11 класс

Задача 1. Если кончилось горючее

$$F = \alpha u, \tag{1}$$

$$P = Fu = \alpha u^2, \tag{2}$$

$$\alpha = \frac{P}{u^2}. \tag{3}$$

Воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$m\frac{dv}{dt} = -\alpha v \tag{4}$$

или с учетом того, что $v\,dt = ds$ получим: $m\,dv = -\alpha ds$. Перейдем к конечным приращениям:

$$m\Delta v = -\alpha \Delta s. \tag{5}$$

Максимальному пути $\Delta s = s_0$ соответствует $\Delta v = -u$. Окончательно находим:

$$s_0 = \frac{mu}{\alpha} = \frac{mu^3}{P}.$$

Задача 2. Большой маятник

Пусть $\angle ACO = \alpha \ll 1$ (рис. 15). Поскольку угол отклонения груза мал, то $OA \approx AC$, $AC = R$, следовательно, $\angle AOC \approx \alpha$. Тогда $\angle DAO \approx 2\alpha$ как внешний для $\triangle OAC$.

Запишем уравнение движения груза:

$$ma = -T, \text{ где } a = R\ddot{\alpha},\ T = mg_{\text{T}} \sin 2\alpha$$

или в силу малости угла α можно записать приближенное равенство:

$$mR\ddot{\alpha} = -mg_{\text{T}} \cdot 2\alpha \ \Rightarrow\ \ddot{\alpha} + \left(\frac{2g_{\text{T}}}{R}\right)\alpha = 0.$$

Это уравнение колебаний. Из него следует, что период колебаний маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{2g_{\text{T}}}}.$$

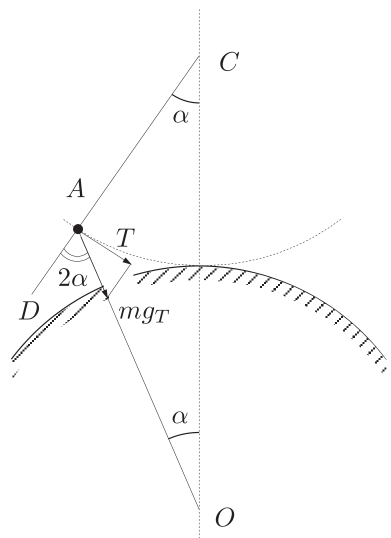


Рис. 15

Задача 3. Термос в вакууме

Пусть в начале расстояние от дна сосуда до нижнего поршня h_1, расстояние между поршнями h_2, а площадь каждого из поршней S. $P_1Sh_1 = P_2Sh_2 = \nu RT_1$, Из условия ясно, что давление верхнего газа в два раза меньше, чем нижнего: $P_1 = 2P_2$. Следовательно $h_2 = 2h_1$. После снятия гири $h_2' = 3h_1'$.

Поскольку система адиабатически изолирована, $U + \Delta A = 0$ или иначе

$$2\nu c_V(T_1 - T_2) = 2mg(h_1' - h_1) + mg((h_2' + h_1') - (h_2 + h_1)),$$

где ν — число молей газа, $c_V = \dfrac{3}{2}R$. Запишем начальное и конечное уравнения состояния газа под верхним поршнем:

$$\frac{2mg}{S}Sh_2 = \nu RT_1,$$
$$\frac{mg}{S}Sh_2' = \nu RT_2.$$

Из записанных уравнений найдем:

$$T_2 = \frac{8c_V + 5R}{8(R + c_V)}T_1 = \frac{17}{20}T_1 = 272\text{ К}.$$

Задача 4. Вылетающие электроны

Для электронов, которые попали в конденсатор в момент смены полярности, построим график зависимости поперечной скорости $v_\perp$ от времени. В течении времени τ эта скорость достигнет значения $v_{\text{m}} = a_\perp\tau = \left(e\dfrac{u}{d}\right)\dfrac{\tau}{m}$. За следующий промежуток времени τ она достигнет 0 и т. д. (рис. 16).

Из графика видно, что частица будет дрейфовать к одной из пластин. Дрейфовая скорость (она же и средняя) может быть найдена как $v_{\text{др}} = \dfrac{v_{\text{m}}}{2} = \dfrac{eu\tau}{2md}$. При определенных условиях такой электрон столкнется с пластиной. Время от влета в конденсатор до столкновения с пластиной есть $T \approx \dfrac{d/2}{v_{\text{др}}} = \dfrac{md^2}{eu\tau}$ (здесь T найдено с точностью до τ). Условие столкновения $T < \dfrac{L}{v_0}$. Отсюда найдем условие на u_0:

$$u_0 \geqslant \frac{mv_0d^2}{eL\tau}.$$

Задача 5. Пуговицы

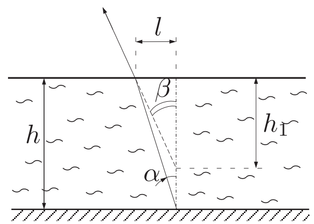


Рис. 16

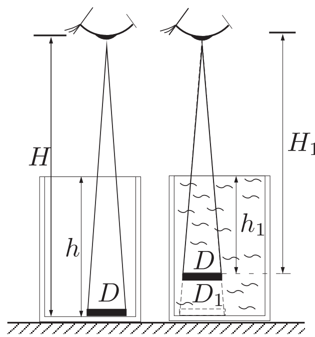


Рис. 17

Углы, под которыми Глюк видит пуговицы, малы. Поэтому можно использовать параксиальное приближение:

$$\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha,\ \cos\alpha \approx 1.$$

Из рис. 16 видно, что:

$$\beta \approx \alpha n,\ \beta \approx \frac{l}{h_1},\ \alpha \approx \frac{l}{h}\ \Rightarrow\ h_1 \approx \frac{h}{n}.$$

Таким образом кажущаяся толщина слоя воды в стакане h_1 меньше истинной толщины слоя воды.

Это явление будет восприниматься наблюдателем как увеличение диаметра пуговицы от D до D_1 (рис. 17).

$$\frac{D}{H_1} = \frac{D_1}{H}\text{ где } H_1 = H - (h - h_1) = H - \left(h - \frac{h}{n}\right),$$

$$\frac{D}{D_1} = \frac{H - h\dfrac{n-1}{n}}{H}\ \Rightarrow\ h = H\frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{D}{D_1}\right) = 14\text{ см}.$$