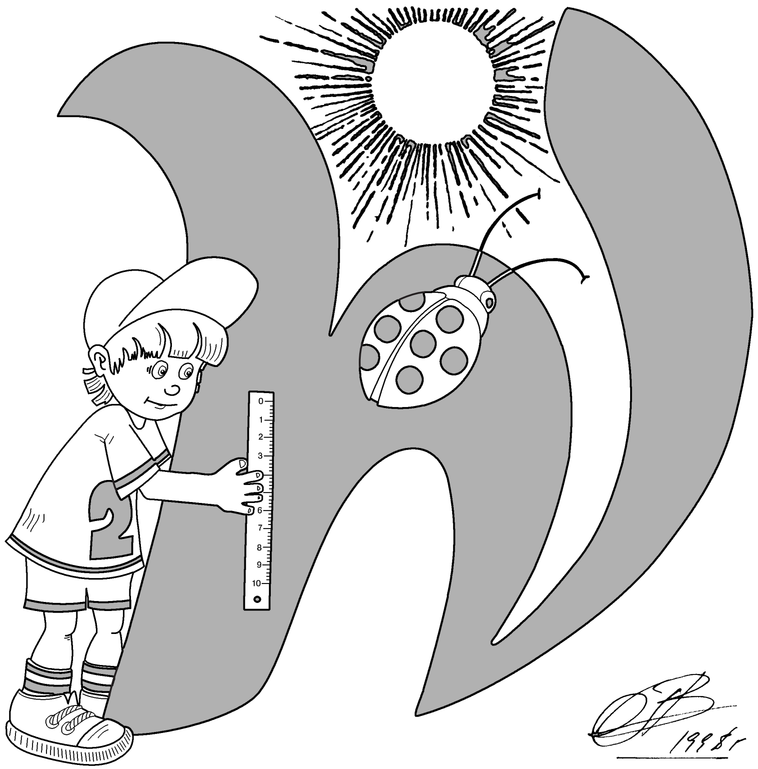
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Второй тур (МО)

Методическое пособие



МФТИ, 2000/2001 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **fizolimp@mail.ru** (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторский коллектив — Кирьяков Б., Кузьмичев С., Можаев В., Полтавский Я., Чешев Ю., Шеронов А.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Чудновский А., Макаров А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX 2_\varepsilon$.

Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:41.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Летающий куб

Куб с ребром b совершает поступательное движение над горизонтальной поверхностью стола. В тонкой крышке стола имеется прорезь в виде ленты шириной L. В некоторый момент времени куб занимает положение, показанное на рис., и имеет горизонтально направленную скорость v_0. Считая, что на куб действует только сила тяжести, определите, при каком значении v_0 и при каком минимальном L куб пролетит через прорезь в столе?

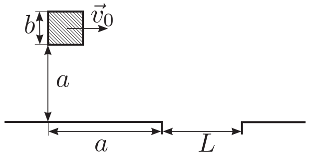


Рис. 1

Задача 2. Лебедка

Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к вертикальной стенке с помощью троса, блока и лебедки Л (см.рис.). Скорость троса относительно блока постоянна и равна v_0. Если характеризовать положение груза на плоскости углом α, то от точки 1 ($\alpha_1 = 30°$) до точки 2 ($\alpha_2 = 45°$) груз перемещается за время t_0.

1. Найдите работу, совершенную лебедкой, за время перемещения груза из точки 1 в точку 2.
2. Найдите время перемещения груза из точки 2 в точку 3 ($\alpha_3 = 60°$).

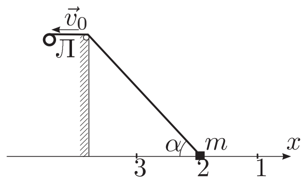


Рис. 2

Задача 3. Катушка

Если на ось стоящей на столе катушки положить линейку (рис. 3), то при ее перемещении катушка будет катиться по столу. Определите экспериментально, как перемещение катушки L зависит от перемещения линейки S, если L и S отсчитываются относительно стола. Постройте график зависимости $L = f(S)$. По графику найдите, во сколько раз радиус колеса катушки R больше радиуса ее оси r.

Оборудование. Катушка, линейка без делений, миллиметровая бумага (приклеена к столу).

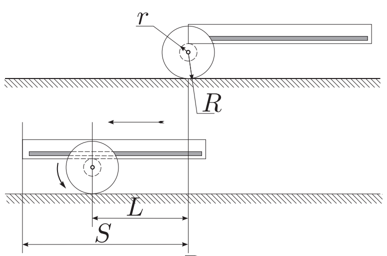


Рис. 3

Задача 4. Размеры бруска

Определите линейные размеры деревянного бруска в форме прямоугольного параллелепипеда. Плотность материала бруска $\rho = 0{,}77$ г/см^3.

Оборудование. Динамометр Бакушинского, брусок, скотч, нить, две кнопки.

Примечание. Динамометр, нить и скотч использовать ТОЛЬКО для определения силы.

10 класс

Задача 1. Влажный воздух

«Влажный» термометр психрометра, висящего в комнате, показывает температуру 13°С ($T_{вл} = 286$ К). «Сухой» термометр этого психрометра показывает при этом температуру 15°С ($T_{1с} = 288$ К).

1. Определите относительную влажность воздуха в комнате.
2. Сколько «росы» выпадет из каждого кубометра влажного воздуха комнаты, если температура в ней понизится, и «сухой» термометр будет показывать температуру 10°С ($T_{2с} = 283$ К).

Давление насыщенного водяного пара при температуре 15°С равно $p_{1н} = 12{,}8$ мм.рт.ст. Также известно, что вблизи комнатной температуры малые относительные изменения давления насыщенного водяного пара $\Delta p_н / p_н$ связаны с малыми относительными изменениями его температуры $\Delta T_н / T_н$ соотношением $\Delta p_н / p_н = 18 \Delta T_н / T_н$.

Задача 2. Фокусное расстояние

Измерьте фокусное расстояние F линзы с помощью линейки. Попробуйте построить схему эксперимента так, чтобы это расстояние можно было измерить, а не вычислить, комбинируя результаты промежуточных измерений.

Примечание. Для собирающей линзы справедлива формула:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}.$$

Для рассеивающей линзы справедлива формула:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{F}.$$

Здесь a — расстояние от точечного источника (находящегося на главной оптической оси) до линзы, b — расстояние от его изображения до линзы.

Оборудование. Короткофокусная линза, линейка, экран, лампочка от карманного фонарика на подставке, источник тока, соединительные провода.

11 класс

Задача 1. Груз на пружине

Верхний конец пружины жесткостью k прикреплен к неподвижной опоре, а ее нижний конец скреплен с грузом массой M. Груз удерживают на уровне AA', когда пружина не деформирована (рис. 4). Нерастяжимая нить, длина которой равна 1/3 длины всей пружины, прикреплена одним концом к грузику, а другим — к витку пружины. Длина нити равна длине элемента пружины «закороченного» нитью. Груз принудительно опускают на высоту $h = 2Mg/k$, а затем отпускают. На какую максимальную высоту поднимется груз относительно уровня BB'?

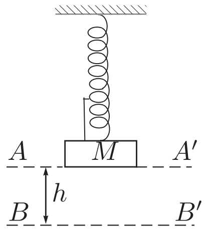


Рис. 4

Задача 2. Поршень и гиря

В вакуумной камере расположен цилиндр (рис. 5). В цилиндре под поршнем массой M, на котором стоит гиря массой m, находится ν молей двухатомного газа при температуре T_0. Поршень может скользить по внутренней поверхности цилиндра без трения. На какой высоте от дна цилиндра расположится поршень, если убрать гирю?

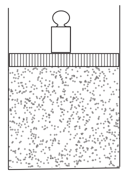


Рис. 5

Задача 3. Сложный конденсатор

В сложном конденсаторе, состоящем из трех пластин (рис. 6), пластины 2 и 3 подсоединены к батарее с ЭДС $\mathscr{E}_2$. Пластины 1 и 3 подсоединены к батарее с ЭДС $\mathscr{E}_1$ с помощью ключа K. Какое количество тепла выделится на резисторах после замыкания ключа K, если площади пластин равны S, а расстояние между ними — d? Считайте, что $d^2 \ll S$.

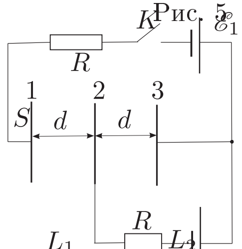


Рис. 6

Задача 4. Колебательный контур

В схеме, изображенной на рис., в начальный момент времени ключ K разомкнут, а конденсатор емкостью C не заряжен. После замыкания ключа в цепи возникают колебания тока.

1. Определите период этих колебаний.
2. Определите максимальные токи, которые будут протекать через катушки индуктивности L_1 и L_2 во время этих колебаний. Параметры элементов схемы указаны на рис., D — идеальный диод.

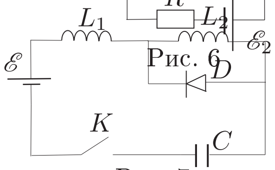


Рис. 7

Задача 5. Труба Галилея

В трубе Галилея в качестве объектива используется собирающая линза с фокусным расстоянием $F_{об} = 50$ см, а в качестве окуляра рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F_{ок} = 10$ см (рис. 8). Труба настроена на рассматривание удаленных предметов (на бесконечности). На каком расстоянии от окуляра будет находиться изображение оправы объектива? Чему будет равен внутренний диаметр изображения оправы, если внутренний диаметр самой оправы $D = 8$ см?

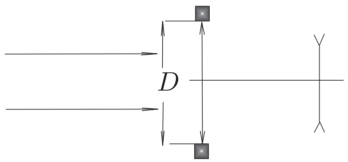


Рис. 8

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Летающий куб

Обозначим вершины кубика 1,2,3,4. Тогда $x_1 = x_2 = v_0 t$, а $x_3 = x_4 = b + v_0 t$. Для координат y вершин кубика запишем:

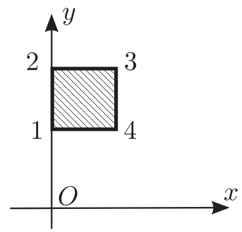


Рис. 9

$$y_1 = a - gt^2/2 = a - gx_1^2/2v_0^2,$$
$$y_2 = a + b - gx_2^2/2v_0^2,$$
$$y_3 = a + b - g(x_3 - b)^2/2v_0^2,$$
$$y_4 = a - g(x_4 - b)^2/2v_0^2.$$

Для моментов времени, когда $y_i = 0$, найдем x_i:

$$x_1 = v_0\sqrt{2a/g},$$
$$x_2 = v_0\sqrt{2(a+b)/g},$$
$$x_3 = v_0\sqrt{2(a+b)/g} + b,$$
$$x_4 = v_0\sqrt{2a/g} + b.$$

Отсюда, если $x_{\min} = x_1 = a$, то $v_0 = \sqrt{ag/2}$. Тогда $x_{\max} = x_3 = \sqrt{a(a+b)} + b = a\sqrt{1 + b/a} + b$. $L_{\min} = x_{\max} - x_{\min} = b + a(\sqrt{1 + b/a} - 1)$.

Задача 2. Лебедка

Пусть H — высота горки, x — координата груза, а v — горизонтальная скорость груза. Между скоростями v и v_0 выполняется соотношение:

$$v\cos\alpha = v_0, \qquad (1)$$

Из (1) следует, что работа лебедки на участке от точки 1 до 2

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}(\cos^{-2}\alpha_2 - \cos^{-2}\alpha_1) = \frac{mv_0^2}{2}(2 - 4/3) = mv_0^2/3.$$

Пусть от точки на расстоянии x от стенки груз доезжает до стенки за время t. Тогда длина троса L от блока до груза будет определяться равенством

$$L^2 = (H + v_0 t)^2 = x^2 + H^2. \qquad (2)$$

Из (2) получаем, что $(H + v_0 t)^2 = H^2/\sin^2\alpha$, т.е.

$$t = \frac{H}{v_0}\frac{1 - \sin\alpha}{\sin\alpha}.$$

По условию, $t_1 - t_2 = t_0 = (2 - \sqrt{2})H/v_0$. Аналогично, найдем время движения из 2 в 3: $t_{23} = t_0(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \approx 0{,}77\ t_0$.

Задача 3. Катушка

Решение задачи можно свести к экспериментальной проверке теоретической зависимости. После N оборотов (см.рис.) катушка относительно стола сместится на некоторое расстояние L, а линейка относительно катушки — на расстояние S_1. При отсутствии проскальзывания: $L = 2\pi RN$, $S_1 = 2\pi rN$.

Используя сложение движений из этих соотношений нетрудно получить, что L и S связаны пропорционально: $L = kS$, где $k = R/(R + r)$. Именно это и должны обнаружить школьники на опыте, построив по экспериментальным точкам прямую $L = kS$. По графику $L = f(S)$ можно найти угловой коэффициент k и затем рассчитать отношение радиусов: $R/r = k/(1 - k)$.

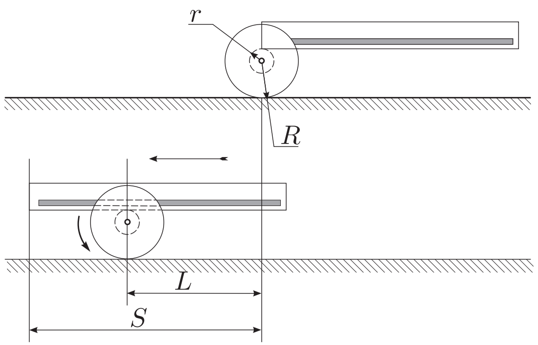


Рис. 10

Задача 4. Размеры бруска

Проведем измерение сил F_i, $(i = 1,2,3)$ (рис. 11), необходимых для того, чтобы вывести брусок из положения равновесия. Уравнение моментов для точки O дает:

$$F_1 a_1 = mga_3/2, \quad F_2 a_2 = mga_3/2, \quad F_3 a_3 = mga_2/2.$$

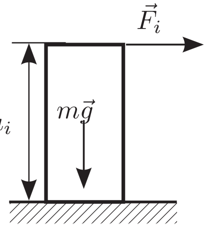


Рис. 11

Также воспользуемся тем, что $m = \rho a_1 a_2 a_3$. Решая полученную систему, найдем:

$$a_2 = \left(\frac{2F_1F_3}{F_2\rho g}\right)^{1/3}, \quad a_1 = a_2\frac{F_2}{F_1}, \quad a_3 = \left(\frac{2F_1}{\rho g a_2}\right)^{1/2}.$$

Задачу можно решать используя другие комбинации F_i и a_j.

10 класс

Задача 1. Влажный воздух

«Влажный» термометр показывает температуру $T_{вл} = 286$ К при которой давление пара в окружающем психрометр воздухе было бы равно давлению насыщенного пара при этой температуре. Давление насыщенного пара при 13°C $p_{2н}$ по условию равно $p_{2н} = p_{1н}(1 - 18(T_{1с} - T_{вл})/T_{1с}) = 0{,}875\ p_{1н} = 11{,}2$ мм.рт.ст. Относительная влажность воздуха $\varphi = p_{2н}/p_{1н} = 0{,}875$. Плотность пара в комнате при 15°C $\rho_1 = p_{2н}\mu/RT_{вл} = 12{,}9$ г/м^3. Плотность насыщенного пара при 10°C ($T_{2с} = 283$ К) $\rho_2 = p_{3н}\mu/RT_{2с} = 9{,}2$ г/м^3, где $p_{3н} = p_{1н}(1 - 18(T_{1с} - T_{2с})/T_{1с})$. Отсюда находим количество росы, выпадающей из каждого кубометра: $\Delta\rho = 17\dfrac{\mu p_{1н}}{R}(T_{2с}^{-1} - T_{вл}^{-1}) = 3{,}7$ г/м^3.

Задача 2. Фокусное расстояние

Легко видеть, что выданная вам линза — рассеивающая. Установив линзу недалеко от экрана в пучке света от источника, можно наблюдать светлое кольцо вокруг его тени. Смещая линзу, нетрудно добиться того, что ширина светлого кольца h сравняется с радиусом линзы R. Причина появления светлого кольца пояснена на рисунке, на котором свет, падающий на экран от удаленной лампочки, уподоблен пучку лучей, исходящему из точечного источника света S. Появление светлого кольца при этом можно объяснить падением на экран лучей от мнимого источника света S'. Тот факт, что треугольник SKO' на рисунке подобен треугольнику SAO, треугольник $S'MO'$ — треугольнику $S'AO$, а S' является мнимым изображением источника S, позволяет составить систему уравнений:

$$R/r = a/(a + L), \quad R/(r + h) = b/(b + L), \quad 1/a - 1/b = -1/F,$$

где r — радиус тени от линзы на экране; L, a, b — расстояния от линзы до экрана и точек S, S' соответственно. Из уравнений при $h = R$ находим $F = L$, что и дает возможность найти фокусное расстояние F без всяких расчетов, измерив с помощью линейки расстояние L.

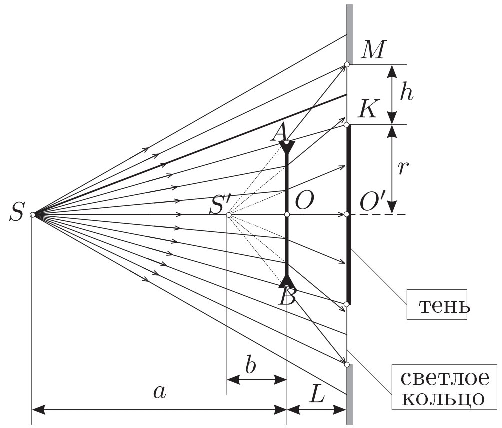


Рис. 12

11 класс

Задача 1. Груз на пружине

Если груз отпустить с уровня AA', то он будет совершать гармонические колебания на пружине с жесткостью $k_1 = \dfrac{kL}{2L/3} = 3k/2$, где L — длина всей пружины. Колебания груза будут происходить относительно уровня отстоящего от уровня AA' на величину $\Delta x = Mg/k_1 = 2Mg/3k$. Максимально груз опустится на высоту $2\Delta x = 4Mg/3k$. Поскольку $2Mg/k > 4Mg/3k$, то поднимаясь вверх с уровня BB' груз поднимется выше уровня AA'.

Обозначим высоту превышения уровня AA' через Δy. Запишем закон сохранения энергии для уровня BB' и максимальной высоты подъема:

$$\frac{k_1h^2}{2} = \frac{k\Delta y^2}{2} + Mg(h + \Delta y).$$

После подстановки k_1 и h, получим:

$$\Delta y^2 + 2\frac{Mg}{k}\Delta y - 2\frac{(Mg)^2}{k^2} = 0.$$

Из данного уравнения получаем $\Delta y = (\sqrt{3} - 1)Mg/k$. Максимальная высота подъема относительно уровня BB' равна $h_{\max} = h + \Delta y = (\sqrt{3} + 1)Mg/k$.

Задача 2. Поршень и гиря

Условие равновесия поршня с гирей

$$\nu RT_0/h_0 = (M + m)g, \tag{1}$$

где h_0 — высота поршня относительно дна сосуда.

Пусть после того, как убрали гирю, поршень приподнимется на величину Δh, а температура газа под поршнем уменьшится на ΔT. По закону сохранения энергии увеличение потенциальной энергии поршня равно уменьшению внутренней энергии газа:

$$Mg\Delta h = \nu C_V \Delta T, \tag{2}$$

где C_V — молярная теплоемкость газа ($C_V = 5R/2$).

Условие равновесия поршня:

$$\frac{\nu R(T_0 - \Delta T)}{h_0 + \Delta h} = Mg. \tag{3}$$

Исключая из уравнений (2) и (3) ΔT, найдем, что

$$\Delta h = \frac{(\nu RT_0 - Mgh_0)C_V}{Mg(C_V + R)} = \frac{5\nu RT_0}{7Mg} - \frac{5}{7}h_0.$$

Подставляя в это выражение h_0 из уравнения (1), получим

$$\Delta h = h_0 + \Delta h = \frac{5}{7}\frac{\nu RT_0}{Mg} + \frac{2}{7}\frac{\nu RT_0}{(M + m)g} = \frac{\nu RT_0}{(M + m)g}\left(1 + \frac{5}{7}\frac{m}{M}\right).$$

Задача 3. Сложный конденсатор

Пусть после замыкания ключа заряд каждой из пластин равен q_1, q_2 и q_3. Из закона сохранения заряда следует, что $q_1 + q_2 + q_3 = 0$. Разность потенциалов между пластинами 2 и 3 равна $\mathscr{E}_2$. Следовательно,

$$q_3 - q_2 - q_1 = \frac{2S\varepsilon_0}{d}\mathscr{E}_2.$$

Аналогично,

$$q_3 + q_2 - q_1 = \frac{2S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2).$$

Решая систему уравнений, находим заряды на каждой из пластин:

$$q_1 = \frac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1),$$
$$q_2 = \frac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_1 - 2\mathscr{E}_2),$$
$$q_3 = \frac{S\varepsilon_0}{d}\mathscr{E}_2.$$

Начальная энергия системы $W_0 = \dfrac{S\varepsilon_0}{2d}\mathscr{E}_2^2$. Конечная энергия системы $W_1 = \dfrac{S\varepsilon_0}{2d}[\mathscr{E}_2^2 + (\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2]$. Изменение энергии системы $\Delta W = \dfrac{S\varepsilon_0}{2d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2$.

По закону сохранения энергии работа батарей пошла на изменение энергии конденсаторов плюс выделившееся тепло: $A = \Delta W + Q$. Начальный заряд пластины 1 равен нулю. Значит, работа батареи $\mathscr{E}_1$ равна $A_1 = -\mathscr{E}_1\Delta q_1 = -\mathscr{E}_1 q_1 = \dfrac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)\mathscr{E}_1$. Работа второй батареи $A_2 = -\mathscr{E}_2\Delta q_2 = -\mathscr{E}_2(q_2 + q_3) = \dfrac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)\mathscr{E}_2$. Отсюда

$$Q = \frac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2 - \frac{S\varepsilon_0}{2d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2 = \frac{S\varepsilon_0}{2d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2.$$

Задача 4. Колебательный контур

1. Очевидно, что период колебаний тока будет состоять из двух полупериодов двух колебательных контуров: $T = \pi\sqrt{(L_1 + L_2)C} + \pi\sqrt{L_1C}$. Первый член соответствует случаю, когда ток в цепи течет по часовой стрелке, а второй член — когда ток течет против часовой стрелки.

2. Рассмотрим случай протекания тока по часовой стрелке. Начальное состояние: ток равен нулю, напряжение на конденсаторе также равно нулю. Ток начинает расти по гармоническому закону, достигает максимума и затем снова спадает до нуля. Найдем напряжение на конденсаторе в конце первого полупериода. Пусть это напряжение равно U_x. Поскольку ток в цепи равен нулю, то работа батареи равна энергии, запасенной в конденсаторе: $CU_x\mathscr{E} = CU_x^2/2$. Отсюда получаем, что $U_x = 2\mathscr{E}$.

Теперь найдем максимальное значение тока в цепи. При максимальном токе ЭДС индукции равна нулю, а напряжение на конденсаторе равно $\mathscr{E}$. По закону сохранения энергии можно записать:

$$C\mathscr{E}^2 = (L_1 + L_2)I_{m1}^2/2 + C\mathscr{E}^2/2.$$

Отсюда $I_{m1} = \mathscr{E}\sqrt{C/(L_1 + L_2)}$. Этот ток протекает одновременно через катушки L_1 и L_2.

При протекании тока против часовой стрелки в начале ток равен нулю, а напряжение на конденсаторе равно $2\mathscr{E}$. При максимальном токе напряжение на конденсаторе снова будет равно $\mathscr{E}$. Закон сохранения энергии для этого случая будет иметь вид:

$$C4\mathscr{E}^2/2 = C\mathscr{E}^2/2 + L_1 I_{m2}^2/2 + C\mathscr{E}^2.$$

Отсюда $I_{m2} = \mathscr{E}\sqrt{C/L_1}$. Этот ток протекает только через катушку L_1. Поскольку $I_{m2} > I_{m1}$, то I_{m2} будет максимальным током, протекаемым через катушку L_1, а I_{m1} будет максимальный ток через катушку L_2.

Задача 5. Труба Галилея

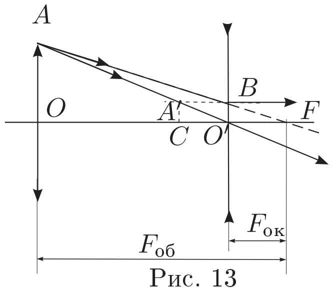


Рис. 13

Поскольку система настроена на рассматривание удаленных предметов, задний фокус объектива должен совпадать с передним фокусом окуляра. Для построения изображения точки A, принадлежащей оправе, проведем два луча: AB и AO'. Луч AB направим так, чтобы его продолжение проходило через фокус окуляра (точка F). Очевидно, что изображением точки A является точка A', а расстояние от изображения оправы до окуляра равно длине отрезка CO'. Из подобия треугольников AFO и BFO' получим

$$\frac{|AO|}{|BO'|} = \frac{|OF|}{|O'F|}.$$

Отсюда $|BO'| = \dfrac{D}{2}\dfrac{F_{\text{ок}}}{F_{\text{об}}}$. Из подобия треугольников $AO'O$ и $A'O'C$ следует, что

$$\frac{|OO'|}{|CO'|} = \frac{|AO|}{|A'C|}.$$

Отсюда $|CO'| = (F_{\text{об}} - F_{\text{ок}})\dfrac{F_{\text{ок}}}{F_{\text{об}}} = 8$ см. Внутренний диаметр изображения оправы $d = 2|BO'| = D\dfrac{F_{\text{ок}}}{F_{\text{об}}} = 1{,}6$ см.