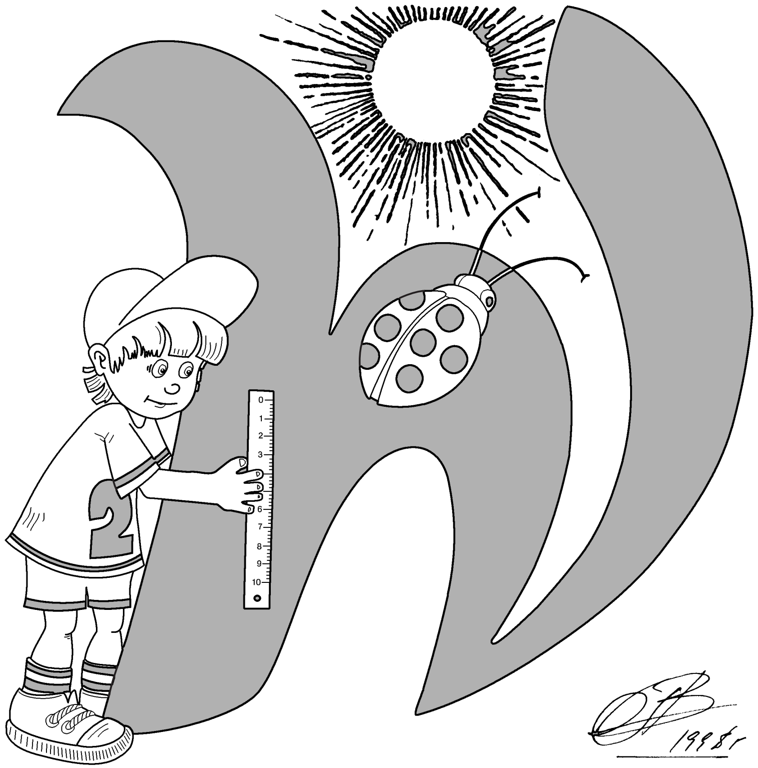
Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

XLVI Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 2011/2012 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Мельниковский Л.	1. Шеронов А.	1. Шеронов А.
2. Шеронов А.	2. Слободянин В.	2. Шеронов А.
3. Александров Д.	3. Чивилёв В.	3. Аполонский А.
4. Бабинцев В.	4. Варламов С.	4. Осин М.
5. Воронов А.	5. Александров Д.	5. Шеронов А.

Общая редакция — Ко́зел С., Слободянин В.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_{\varepsilon}$.

Подписано в печать 10 января 2012 г. в 16:18.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Этажи

Чебурашка и Крокодил Гена решили устроить забег по лестнице в доме Дружбы. Выяснилось, что Чебурашка успевает три раза добежать до четвертого этажа и вернуться на первый за время, пока Гена поднимается на шестнадцатый этаж.

На какой этаж успеет подняться Чебурашка, пока Гена будет бегать с первого этажа на шестой и обратно? Считайте, что Чебурашка и Гена бегают вверх-вниз с постоянными скоростями.

Задача 2. Лёд на привязи

В цилиндрическом сосуде с площадью дна S с помощью нити удерживают под водой кусок льда, внутри которого имеется воздушная полость (рис. 1). Объем льда вместе с полостью равен V, плотность льда $\rho_л$. После того, как лёд растаял, уровень воды в сосуде уменьшился на h. Найдите:

1) объем $V_п$ воздушной полости;

2) силу T натяжения нити в начале опыта.

Примечание. Плотность воды $\rho_в$ и ускорение свободного падения g считайте известными.

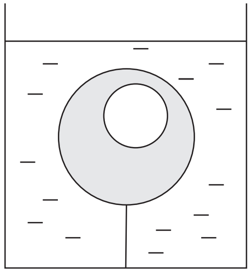


Рис. 1

Задача 3. Камень

Скорость камня v_0, брошенного под углом $\varphi = 60^\circ$ к горизонту, уменьшилась вдвое за $\Delta t = 1$ с. Найдите модуль перемещения S, которое за это время совершил камень.

Примечание. Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с^2.

Задача 4. «Электрическая цепочка»

Из серебряной проволоки массой $m = 3{,}91$ г изготовили кольца разного диаметра, которые соединили в цепочку (рис. 2). Электрическое сопротивление между концами такой цепочки $R = 1{,}00 \cdot 10^{-2}$ Ом. Вычислите длину цепочки, если известно, что плотность серебра $d = 10{,}5$ г/см^3, а удельное сопротивление $\rho = 1{,}49 \cdot 10^{-6}$ Ом · см.

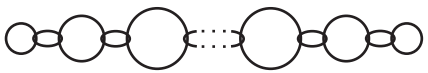


Рис. 2

Диаметр поперечного сечения проволоки много меньше диаметра самого маленького колечка. Цепочка натянута. Электрическим сопротивлением колец в месте контакта можно пренебречь.

Задача 5. Комната с зеркалами

В углу прямоугольной комнаты размерами $a \times b \times H = 9$ м $\times$ 3,5 м $\times$ 4,0 м на стенах висят два высоких зеркала от пола до потолка шириной $c = 1$ м каждое, вплотную прижатые друг к другу. На расстоянии c от зеркал находится такой яркий точечный источник, что свет от него попадает только на зеркала (рис. 3).

Существуют ли в комнате участки стен, на которые не попадает свет? Если да, то какова площадь неосвещенной части стен?

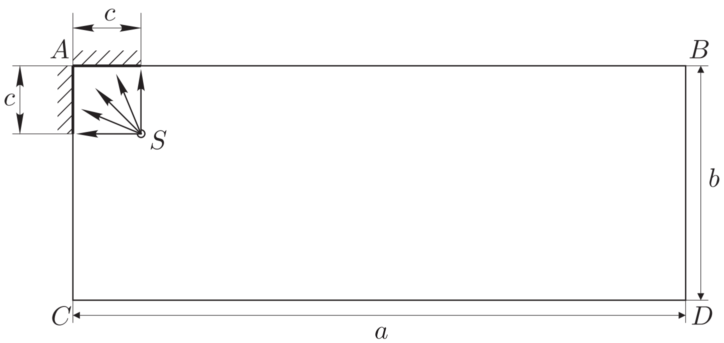


Рис. 3

10 класс

Задача 1. Льдинка с полостью

В частично заполненный водой цилиндрический сосуд, площадь дна которого равна S, положили кусок льда с воздушной полостью, в которой находился алюминиевый шарик массой, равной массе льда. При этом уровень воды поднялся на h, а полностью погружённый в воду лёд плавает, не касаясь дна и стенок сосуда.

1. Найдите объём $V_п$ воздушной полости.

2. Повысится или понизится уровень воды в сосуде после того, как весь лёд растает?

3. На сколько изменится уровень воды в сосуде после того, как лёд растает?

Плотность воды — $\rho_в$, плотность льда — $\rho_л$, плотность алюминия — $\rho_ш$, ускорение свободного падения — g.

Задача 2. Максимальная высота

Камень бросили под углом к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 25$ м/с. Через время τ он достиг максимальной высоты, удалившись по горизонтали на расстояние $L = 30$ м от места броска. Найдите время τ. Примите ускорение свободного падения равным $g = 10$ м/с^2.

Задача 3. На вираже (1)

Автомобиль массой $m = 1400$ кг движется с постоянной скоростью $v = 90$ км/ч по прямолинейному горизонтальному участку дороги. При этом на колёса автомобиля передаётся от двигателя мощность $P = 25$ кВт. Затем автомобиль въезжает на криволинейный горизонтальный участок дороги с радиусом закругления $R = 350$ м и движется с прежней скоростью.

При каких значениях коэффициента трения между колёсами и дорогой возможно такое движение автомобиля на

1.) прямолинейном участке,

2.) криволинейном участке?

Все колёса считать ведущими. Колёса не проскальзывают. Принять $g = 10$ м/с^2.

Задача 4. Лампочки

Связь между напряжением U на лампе накаливания и силой тока, текущего через неё, даётся формулой: $I \sim U^{3/5}$. Две лампы с номинальными напряжениями 220 В и номинальными мощностями $P_1 = 40$ Вт и $P_2 = 100$ Вт включили последовательно в сеть 220 В. Какое напряжение падает на лампе меньшей номинальной мощности?

Задача 5. Это что за газ?

Для нагревания 100 г некоторого газа на $4°C$ в процессе с прямой пропорциональностью давления объёму требуется на 831 Дж больше, чем для такого же нагревания при постоянном объёме. Что это за газ?

11 класс

Задача 1. Пустая бутылка

Пусть стеклянная бутылка плавает в цилиндричесом сосуде с водой. Площадь дна сосуда $S = 250$ см^2. Из чайника в бутылку медленно наливают воду и, когда масса воды достигает $m = 300$ г, бутылка начинает тонуть. Оказалось, что, когда весь воздух их бутылки вышел, уровень воды в сосуде изменился на $\Delta h = 0{,}60$ см по сравнению с тем моментом, когда в бутылку начали наливать воду. Вычислите вместимость бутылки V.

Плотность воды $\rho = 1{,}0$ г/см^3.

Задача 2. Заряженный конденсатор

В электрической цепи (рис. 4) конденсатор C заряжен до напряжения $3\mathscr{E}$. Затем ключ К замыкают.

Найдите:

1) Максимальную силу тока в цепи;

2) Силу тока в цепи в момент времени, когда заряд на конденсаторе становится равным нулю;

3) Заряд на конденсаторе в момент времени, когда сила тока в цепи становится равной нулю.

Все элементы можно считать идеальными.

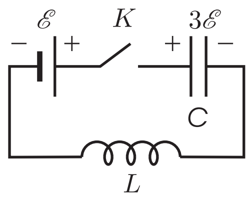


Рис. 4

Задача 3. На вираже (2)

Автомобиль с полным приводом (двигатель вращает все 4 колеса) и массой $m = 1400$ кг проходит поворот радиуса $R = 500$ м с постоянной по модулю скоростью. Максимальная мощность двигателя автомобиля не зависит от скорости и равна $P_{\max}$. Сила сопротивления воздуха $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$, где $\vec{v}$ – скорость автомобиля, $\alpha = 40$ Н·с/м. Коэффициент трения между колёсами и дорогой $\mu = 0{,}52$.

Определите максимальное значение $v_{\max}$ модуля скорости, с которой автомобиль может пройти поворот. Постройте график зависимости $v_{\max}$ от $P_{\max}$.

Задача 4. "Левитация"

Над поверхностью Земли находится пластина массой M. Между ней и землей движется шарик массой m. В момент любого столкновения пластины с шариком высота пластины над землей равна H, как будто пластина просто "висит"(рис. 5). Все удары абсолютно упругие.

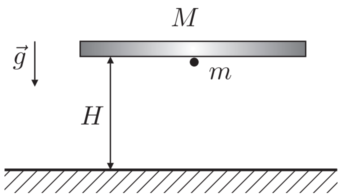


Рис. 5

Считая, что пластина всегда параллельна поверхности земли и может двигаться только вертикально, найдите кинетическую энергию K шарика у поверхности земли,

при условии $m \ll M$. (Скорость шарика при всех столкновениях с пластиной одна и та же)

Задача 5. Влажный воздух

В цилиндре под поршнем находится влажный воздух. В изотермическом процессе объем цилиндра уменьшается в $\alpha = 4$ раза, при этом давление под поршнем увеличивается в $\gamma = 3$ раза.

Какая часть первоначальной массы пара сконденсировалась? В начальном состоянии парциальное давление сухого воздуха в $\beta = 3/2$ раза больше парциального давления пара.

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Этажи

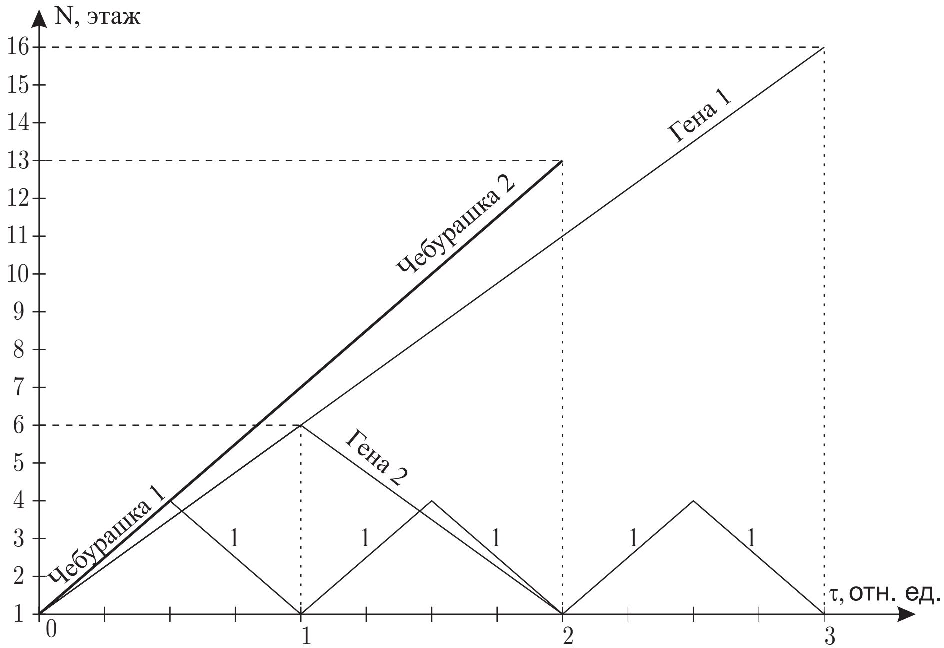


Рис. 6

Построим график зависимости прохождения этажей Геной и Чебурашкой от времени, выраженного в условных единицах (будем считать, что время, затраченное на подъем и спуск Чебурашки на четвертый этаж равно 1 ед.).

Для случая, когда Гена поднимется на 16 этаж, Чебурашка успеет 3 раза добежать до четвертого этажа и вернуться обратно. Аналогично, построим график для второго случая, когда Гена поднимается на шестой этаж и спускается обратно, а Чебурашка добегает до М-го этажа (М - номер искомого этажа), не забывая о том, что Чебурашка и Гена бегают с постоянными скоростями (рис. 6).

Получаем, что искомый этаж — 13-й.

Критерии оценивания

Описана идея постренния графика номера этажа от времени 4
Правильно построен график 4
Получен ответ 2

Задача 2. Лёд на привязи

Допустим, что объем льда без учёта полости равен $V_л$. По условию задачи

$$V = V_л + V_п.$$

Поскольку масса вещества не изменяется:

$$V_л \rho_л = V_в \rho_в.$$

После того, как весь лёд растаял, занимаемый им объем уменьшился на

$$\Delta V = V_л - V_в = V_л \left(1 - \frac{\rho_л}{\rho_в}\right),$$

где V_B – объем воды, получившейся из расплавившегося льда.

Уровень понижения воды найдем из условия:

$$Sh = \Delta V + V_п = V_л \left(1 - \frac{\rho_л}{\rho_в}\right) + V_п.$$

Выразим $V_п$ и получим:

$$V_п = Sh \left(\frac{\rho_в}{\rho_л}\right) - V \left(\frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_л}\right).$$

Для определения натяжения нити воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$T = F_A - \rho_л V_л g. \qquad (1)$$

По закону Архимеда $F_A = \rho_в V g$, объем льда $V_л = V - V_п$, так что, подставляя найденный ранее объём $V_п$ в формулу (1), получим:

$$T = \rho_в g S h.$$

Критерии оценивания

Верно записано условия постоянства массы 1
Найдено изменение объема льда 2
Верно записано условие понижения уровня воды 1
Получен ответ для объема полости $V_п$ 2
Верно записаны второй закон Ньютона и закон Архимеда 2
Получен ответ для силы натяжения нити T 2

Задача 3. Камень

Проекция начальной скорости на горизонтальную ось:

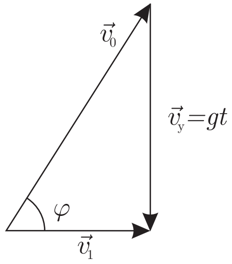


Рис. 7

$$v_x = v_0 \cos 60^\circ = v_0/2.$$

Из курса геометрии известно, что катет, прилежащий к углу $\varphi = 60^\circ$, вдвое меньше гипотенузы. Отсюда мы заключаем, что через время Δt скорость камня будет направлена горизонтально (рис. 7). Проекция начальной скорости камня на вертикальную ось:

$$v_y = v_0 \sin 60^\circ = g\Delta t = 10 \text{ м/с}.$$

Воспользовавшись теоремой Пифагора, найдем:

$$v_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot g\Delta t.$$

Проекция перемещения на горизонтальную ось:

$$S_x = \frac{v_0}{2}\Delta t = \frac{g\Delta t^2}{\sqrt{3}}.$$

Проекция перемещения на вертикальную ось:

$$S_y = \frac{g\Delta t^2}{2}.$$

Модуль перемещения:

$$S = \sqrt{(S_x)^2 + (S_y)^2} = \sqrt{1/4 + 1/3} \cdot g\Delta t^2 \approx 7{,}64 \text{ м}.$$

Критерии оценивания

Указано, что скорость камня через время Δt будет горизонтальной 4
Выражена веретикальная проекция скорости v_y через $g\Delta t$ 1
Выражена начальная скорость v_0 через $g\Delta t$ 1
Найдена проекция перемещения на вертикальную ось S_y 1
Найдена проекция перемешения на горизонтальную ось S_x 1
Получен ответ для модуля перемещения S 2

Задача 4. «Электрическая цепочка»

При данных условиях место контакта можно считать точечным. Цепочку можно заменить эквивалентной схемой (рис. 8), где R_i — сопротивление половины i-го кольца.

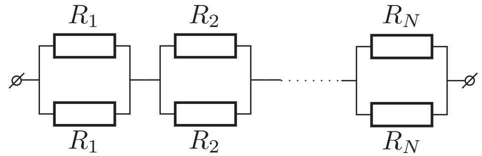


Рис. 8

Обозначим половину длины i-го кольца l_i, а полную длину пошедшей на цепочку проволоки l. Полная длина проволоки — это сумма длин всех колец:

$$l = 2\left(l_1 + l_2 + ... + l_N\right).$$

Сопротивление i-го кольца можно найти по формуле

$$r_i = \frac{R_i}{2} = \frac{\rho l_i}{2S},$$

где S — площадь поперечного сечения проволоки.

Масса цепочки $m = dSl$. Сопротивление всей цепочки:

$$R = (r_1 + r_2 + ... + r_N) = \frac{\rho}{2S}(l_1 + l_2 + ... + l_N) = \frac{\rho l}{4S}.$$

Выражая S из формулы для массы цепочки, получаем:

$$l^2 = \frac{4mR}{\rho d}.$$

Длина цепочки L складывается из диаметров колец:

$$L = \frac{2l_1}{\pi} + \frac{2l_2}{\pi} + ... + \frac{2l_N}{\pi} = \frac{l}{\pi} = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{mR}{\rho d}} = 31{,}8 \text{ см}.$$

Критерии оценивания

Получена эквивалентная схема 2
Получена формула для сопротивления одного кольца 2
Получена формула для сопротивления цепочки 2
Получено выражение, связывающее массу и площадь поперечного сечения . 1
Получена формула для длины цепочки 2
Получен числовой ответ 1

Задача 5. Комната с зеркалами

Каждое из зеркал даёт по одному первичному изображению: S_1 и S_2. Эти изображения, в свою очередь, создают по одному вторичному изображению, которые совпадают. Обозначим это вторичное изображение как S_3 (рис. 9).

Источник S_1 освещает всю стену AC и часть стены CD длиной c. Источник S_2 освещает всю стену AB и часть стены BD длинной c.

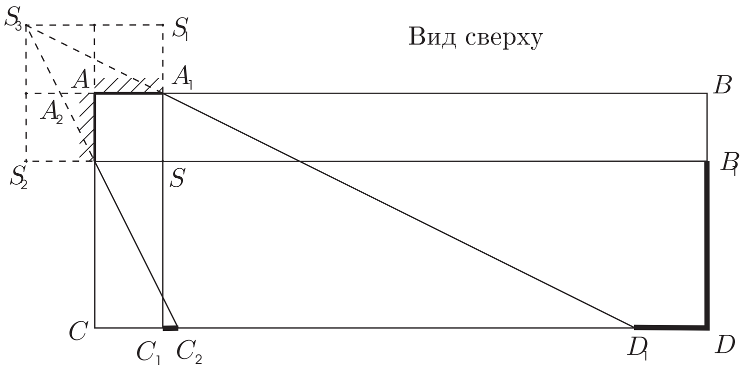


Рис. 9

Источник S_3 освещает участок C_2D_1 стены CD. Соответственно, не будут освещёнными участки C_1C_2, D_1D, и $D\text{B}_1$. Из подобия треугольников $A_1S_3A_2$ и $D_1S_3C_2$ найдем длину участка стены CD, освещённого светом от мнимого источника S_3:

$$C_2D_1 = \frac{3}{2}(c+b).$$

Таким образом, длина неосвещённого участка стен равна:

$$x = (a+b) - 2c - C_2D_1 = a - \left(\frac{b+7c}{2}\right) = 3{,}75 \text{ м}.$$

А площадь равна

$$S = Hx = 15 \text{ м}^2.$$

Критерии оценивания

Найдено первичное, изображение S_1 1
Найдено первичное, изображение S_2 1
Найдено вторичное, изображение S_3 1
Найдены участки, освещённые источником S_1 1
Найдены участки, освещённые источником S_2 1
Найдена длинна неосвещённого участка C_1C_2 2
Найдена длинна неосвещённого участка B_1D_1 2
Получен правильный ответ $S = 15$ м^2 1

10 класс

Задача 1. Льдинка с полостью

Объём, вытесняемый льдом с полостью равен

$$V = hS = V_\text{п} + V_\text{л} = V_\text{п} + \frac{m_\text{л}}{\rho_\text{л}},$$

где $V_\text{л}$ — объём льда, $m_\text{л}$ — его масса.

По закону Архимеда

$$(m_\text{л} + m_\text{ш})g = \rho_\text{в} gV$$

или, учитывая, что $m_\text{ш} = m_\text{л} = m$,

$$2m = \rho_\text{в} hS.$$

Из этих уравнений следует

$$V_\text{п} = hS - \frac{m_\text{л}}{\rho_\text{л}} = hS - \frac{\rho_\text{в} hS/2}{\rho_\text{л}} = hS\left(1 - \frac{\rho_\text{в}}{2\rho_\text{л}}\right).$$

По закону Архимеда плавающий лёд вытесняет объём $(m_\text{л} + m_\text{ш})/\rho_\text{в}$, а после таяния льда получившаяся вода и шарик вытесняют объём $(m_\text{л}/\rho_\text{в} + m_\text{ш}/\rho_\text{ш})$. Так как $\rho_\text{в} < \rho_\text{ш}$ первый объём больше второго и уровень воды понизится. Разность этих объёмов равна $S\Delta h$:

$$\frac{m_\text{ш}}{\rho_\text{в}} - \frac{m_\text{ш}}{\rho_\text{ш}} = S\Delta h,$$

откуда с учётом соотношения $2m = \rho_\text{в} hS$ получаем, что уровень воды понизится на

$$\Delta h = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{\rho_\text{в}} - \frac{1}{\rho_\text{ш}}\right) = \frac{\rho_\text{в} hS/2}{S}\left(\frac{1}{\rho_\text{в}} - \frac{1}{\rho_\text{ш}}\right) = \frac{h}{2}\left(1 - \frac{\rho_\text{в}}{\rho_\text{ш}}\right).$$

Критерии оценивания

Найден объём, вытесняемый льдом с полостью 2
Использован закон Архимеда (получено $2m = \rho_\text{в} hS$
или $(m_\text{ш} + m_\text{в})g = \rho_\text{в} gV$) 2
С помощью предыдущих уравнений получено $V_\text{п} = hS(1 - \rho_\text{в}/(2\rho_\text{л}))$
или эквивалентное ему выражение 1
Указано, что уровень воды понизится 1
Найдена разность вытесняемых объёмов 2
Получен конечный ответ $\Delta h = h/2 \cdot (1 - \rho_\text{в}/\rho_\text{ш})$ 2

Задача 2. Максимальная высота

Горизонтальная составляющая скорости камня

$$v_x = \sqrt{v_0^2 - (g\tau)^2}.$$

Перемещение по горизонтали $L = \tau v_x = \tau\sqrt{v_0^2 - (g\tau)^2}$.

Это уравнение можно преобразовать к биквадратному:

$$\tau^4 - \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 \tau^2 + \left(\frac{L}{g}\right)^2 = 0,$$

корни которого: $\tau_1 = 2{,}0$ с, $\tau_2 = 1{,}5$ с.

Критерии оценивания

Получено выражение для $v_y = g\tau$ 1
Записана связь L и v_x 1
Указана связь $v_x^2 + v_y^2 = v_0^2$ 1
Выведено биквадратное уравнение 3

За каждый из корней уравнения по два балла:
$\tau_1 = 2{,}0$ с 2
$\tau_2 = 1{,}5$ с 2

Задача 3. На вираже (1)

Вся мощность двигателя идёт на преодоление сопротивления воздуха $F_\text{с}$, откуда $F_\text{с} = P/v$. Движет автомобиль действующая на колёса со стороны дороги сила трения $F_\text{тр}$. При равномерном движении $F_\text{тр} = F_\text{с}$, откуда для коэффициента трения получаем

$$\mu \geqslant \frac{F_\text{тр}}{mg} = \frac{F_\text{с}}{mg} = \frac{P}{mgv} \approx 0{,}07.$$

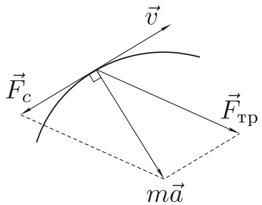


Рис. 10

Во втором случае автомобиль под действием тех же сил трения о дорогу и сопротивления воздуха (рис. 10) движется с ускорением $a = v^2/R$ (см. рис.). Из второго закона Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}_\text{тр} + \vec{F}_\text{с}$ получаем $F_\text{тр} = \sqrt{F_\text{с}^2 + (ma)^2} = \sqrt{(P/v)^2 + (mv^2/R)^2}$ и

$$\mu \geqslant \frac{F_\text{тр}}{mg} = \frac{\sqrt{(P/v)^2 + (mv^2/R)^2}}{mg} \approx 0{,}19.$$

Критерии оценивания

Записано выражение для силы сопротивления воздуха $F_\text{с} = P/v$ 2
Записано выражение для силы трения $F_\text{тр} = F_\text{с}$ 1

Получено выражение для минимального коэффициента трения $\mu_\text{min} = P/(mgv)$ 1
Получено правильное числовое значение $\mu_\text{min} \approx 0{,}07$; $\mu > \mu_\text{min}$ 1
Записано выражение для центростремительного ускорения $a = v^2/R$ 1
Записано выражение для силы трения $F_\text{тр} = \sqrt{(ma)^2 + F_\text{с}^2}$ 2
Получено выражение для минимального коэффициента трения во втором случае $\mu_\text{min} = \sqrt{(mv^2/R)^2 + (P/v)^2}$ 1
Во втором случае получено правильное числовое значение $\mu_\text{min} \approx 0{,}19$; $\mu > \mu_\text{min}$ 1

Задача 4. Лампочки

По условию для лампы $U = kI^{5/3}$. В номинальном режиме $U_\text{н} = k(P_\text{н}/U_\text{н})^{5/3}$ откуда

$$k = \frac{U_\text{н}^{8/3}}{P_\text{н}^{5/3}}, \qquad k_1 = \frac{U_0^{8/3}}{P_1^{5/3}}, \quad k_2 = \frac{U_0^{8/3}}{P_2^{5/3}}, \qquad U_0 = 220\ \text{В}.$$

Отношение напряжений на лампах при последовательном соединении

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{k_2 I^{5/3}}{k_1 I^{5/3}} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{U_0^{8/3}/P_2^{5/3}}{U_0^{8/3}/P_1^{5/3}} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{5/3} = \left(\frac{40}{100}\right)^{5/3} = 0{,}4^{5/3} \approx 0{,}22.$$

Кроме того $U_1 + U_2 = U_0 = 220$ В. Из этих двух уравнений находим:

$$U_1 = \frac{U_0}{1 + (P_1/P_2)^{5/3}} = \frac{220}{1{,}22} \approx 181\ \text{В}.$$

Критерии оценивания

Записано выражение $U = kI^{5/3}$ или $I = k'U^{3/5}$ 1
Записан закон сохранения энергии $P = UI$ 1
Получено выражение $k = U_\text{н}^{8/3}/P_\text{н}^{5/3}$ или $k' = P_\text{н}/U_\text{н}^{8/5}$ 1
Найдено отношение напряжений $U_2/U_1 = (P_1/P_2)^{5/3}$ 3
Записан закон сложения напряжений $U_0 = U_1 + U_2$ 1
Получено выражение для падения напряжения U_1
Оно может быть записано в том числе в форме $U_1 = U_0/(1 + U_2/U_1)$ или $U_1 = U_0/(1 + (P_1/P_2)^{5/3})$ 2
Получен правильный числовой ответ $U_1 \approx 181$ В 1

Задача 5. Это что за газ?

Изменения внутренней энергии газа в двух процессах одинаковы, следовательно заданная в условии разность теплот равна работе газа в первом процессе. Эта работа равна площади под графиком процесса в координатах

PV (рис. 11), которую проще всего найти, как разность площадей двух треугольников:

$$A = \frac{1}{2}P_2V_2 - \frac{1}{2}P_1V_1 = \frac{1}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1) = \frac{1}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T.$$

Отсюда находим молярную массу газа:

$$\mu = m\frac{R\Delta T}{2A} = 100 \text{ г} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 4}{2 \cdot 831} = 2 \text{ г}.$$

Искомый газ — водород.

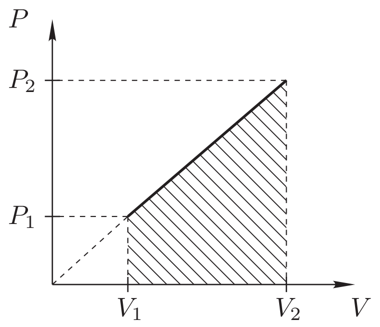


Рис. 11

Критерии оценивания

Записан первый закон термодинамики для изохорного процесса 1
Записан первый закон термодинамики для процесса
с прямой пропорциональностью давления и объёма 2
Выписана связь изменения температуры с начальными и конечными
значениями давления и объёма в процессе с $p \sim V$ 2
Разность подведённых теплот в двух процессах выражена
через изменение температуры газа 2
Определено количество газа или его молярная масса 2
Правильно указано, какой это газ 1

11 класс

Задача 1. Пустая бутылка

После того, как в бутылку налили m г воды, уровень воды в сосуде повысился на

$$\Delta h_1 = \frac{m}{\rho S}. \tag{2}$$

Когда бутылка утонула, в нее затекла вода и уровень воды понизился на

$$\Delta h_2 = \frac{V - m/\rho}{S}. \tag{3}$$

По условию, уровень воды изменился на Δh. Это может означать как то, что он повысился, так и то, что он понизился. Поэтому решений будет два.

При этом

$$\Delta h_1 - \Delta h_2 = \frac{2m}{\rho S} - \frac{V}{S} = \pm\Delta h. \tag{4}$$

Решением этого уравнения является

$$V = \frac{2m}{\rho} \pm S\Delta h; \tag{5}$$

$$V_1 = \frac{2m}{\rho} + S\Delta h, \quad V_1 = 750 \text{ мл};$$

$$V_2 = \frac{2m}{\rho} - S\Delta h, \quad V_2 = 450 \text{ мл}.$$

Критерии оценивания

Получено выражение для Δh_1 1
Получено выражение для Δh_2 2
Замечено, что возможно два решения 1
Получена формула (4). Отсутствие двойного знака не влияет на оценку 1
Получена формула (5). Отсутствие двойного знака не влияет на оценку 1
Найден V_1 2
Найден V_2 2

Задача 2. Заряженный конденсатор

1.) Начальный заряд на конденсаторе $q_0 = 3C\mathscr{E}$.

После замыкания ключа ток течет против ЭДС. Максимальной сила тока будет тогда, когда заряд на конденсаторе будет равен $q = C\mathscr{E}$. ЭДС совершит отрицательную работу. Запишем закон сохранения энергии:

$$(q - q_0)\mathscr{E} = \frac{q^2}{2C} - \frac{q_0^2}{2C} + \frac{LI_{\max}^2}{2}, \tag{6}$$

откуда находим

$$I_{\max} = \mathscr{E}\sqrt{\frac{4C}{L}}.$$

2.) На конденсаторе заряда нет. Поэтому ЭДС совершает работу $A = -\mathscr{E}q_0$. Запишем закон сохранения энергии:

$$-\mathscr{E}q_0 = -\frac{q_0^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}. \tag{7}$$

Отсюда

$$I = \mathscr{E}\sqrt{\frac{3C}{L}}.$$

3.) Пусть против ЭДС протекает положительный заряд q и $I = 0$. Запишем закон сохранения энергии:

$$-\mathscr{E}q = \frac{(q_0 - q)^2}{2C} - \frac{q_0^2}{2C}. \tag{8}$$

Одно из решений $q = 0$ совпадает с начальным положением системы. Заряд на конденсаторе при этом равен $Q_1 = 3C\mathscr{E}$. Второе решение $q = 4C\mathscr{E}$ соответствует случаю, когда заряд на конденсаторе равен $Q_2 = q_0 - q = -C\mathscr{E}$. Знак заряда — противоположный начальному. То есть

$$Q_1 = 3C\mathscr{E}, \tag{9}$$

$$Q_2 = -C\mathscr{E}. \tag{10}$$

Критерии оценивания

Записан закон сохранения энергии (6) для начального момента времени
и момента, когда сила тока максимальна 1
Получено выражения для $I_{\max}$ 2
Записан закон сохранения энергии (7) для начального момента времени
и момента, когда заряд конденсатора нулевой 1
Получено выражение для I 2
Записан закон сохранения энергии (8) для начального момента времени
и момента, когда сила тока в цепи равна нулю 1
Указано, что существует два ответа на третий пункт задачи 1
Получено выражение (9) для первого ответа на третий пункт задачи 1
Получено выражение (10) для второго ответа на третий пункт задачи 1

Задача 3. На вираже (2)

Сила трения, действующая на автомобиль на повороте, имеет две составляющие: тангенциальную $F_\tau = \alpha v$, компенсирующую сопротивление воздуха, и

нормальную $F_n = mv^2/R$, обеспечивающую центростремительное ускорение. Таким образом, сила трения, действующая на колеса, равна

$$F = \sqrt{\alpha^2 v^2 + \frac{m^2 v^4}{R^2}}. \tag{11}$$

Мгновенная мощность, развиваемая двигателем, равна

$$P = (\vec{F} \cdot \vec{v}) = F_\tau v = \alpha v^2. \tag{12}$$

Условие отсутствия проскальзывания:

$$F \leqslant \mu m g. \tag{13}$$

Используя это условие, получаем, что скорость автомобиля не может превышать значение

$$V_{\max} = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4}\frac{\alpha^4 R^4}{m^4} + \mu^2 R^2 g^2} - \frac{1}{2}\frac{\alpha^2 R^2}{m^2}}, \tag{14}$$

$$V_{\max} = 50 \text{ м/с}.$$

Если условие (13) выполнено, то скорость ограничивается только мощностью двигателя:

$$P \leqslant P_{\max}.$$

То есть

$$v \leqslant \sqrt{\frac{P_{\max}}{\alpha}} = v_{\max}. \tag{15}$$

График зависимости $v_{\max}(P_{\max})$ представлен на (рис. 12).

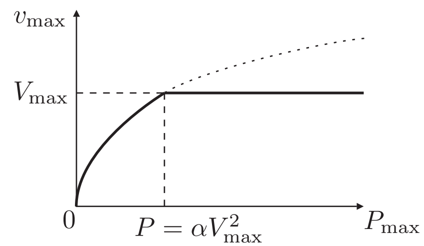


Рис. 12

Критерии оценивания

Получена формула (11) для силы трения, действующей на колёса 2
Записано выражение (12) для мощности, развиваемой двигателем 2
Записано условие отсутствия проскальзывания (13) 1

Получена формула (14) для максимальной скорости автомобиля 2
Записано условие (15) для ограничения
максимальной скорости мощностью двигателя 1
Построен график зависимости $v_{\max}(P_{\max})$ 2

Задача 4. "Левитация"

Пусть во время столкновения скорость пластины равнялась V, а скорость шарика – v. Из законов сохранения энергии и импульса следует соотношение:

$$MV = mv. \tag{16}$$

Промежуток времени между столкновениями равен промежутку времени, необходимому для того, чтобы скорость пластины поменяла знак. То есть $2V = gt$.

$$t = \frac{2V}{g}. \tag{17}$$

Это время должно быть равно времени, необходимому для того, чтобы шарик долетел до земли, отразился и вернулся обратно. То есть

$$H = v\left(\frac{t}{2}\right) + \frac{g}{2}\left(\frac{t}{2}\right)^2. \tag{18}$$

Решая систему из этих трех уравнений, получаем

$$gH = \frac{mv^2}{M}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{m}{M}\right) \simeq \frac{m}{M}v^2. \tag{19}$$

Поэтому

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{MgH}{2}. \tag{20}$$

Критерии оценивания

Получено соотношение (16) 1
Получена формула (17) для промежутка между двумя столкновениями 2
Записана формула, связывающая высоту H пластины над землёй
со временем между двумя столкновениями 2
Получена формула, эквивалентная формуле (19) 3
Определена кинетическая энергия шарика у поверхности земли 2

Задача 5. Влажный воздух

В цилиндре в начале процесса пар ненасыщенный (это следует из $\alpha > \gamma$)

Пусть p — начальное давление пара. Тогда βp — начальное давление сухого воздуха.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона для сухого воздуха:

$$\beta p\alpha V = \nu RT = p_1 V, \tag{21}$$

где $p_1 = \beta\alpha p$ — конечное давление сухого воздуха.

Из уравнения Менделеева - Клапейрона для пара

$$p\alpha V = \nu_1 RT; \quad p_2 V = \nu_2 RT. \tag{22}$$

$$k\nu_1 = \nu_1 - \nu_2, \tag{23}$$

где k — искомое отношение.

При этом, $p_1 + p_2 = \gamma(p + \beta p)$.

Решая эту систему уравнений, получаем

$$k = \frac{(\alpha - \gamma)(\beta + 1)}{\alpha}, \tag{24}$$

$$k = \frac{5}{8}.$$

Критерии оценивания

Записано уравнение Менделеева-Клапейрона для сухого воздуха 2
Записаны уравнения Менделеева-Клапейрона для пара 2
Получена формула, эквивалентная формуле (23) 1
Указана связь давлений 1
Получена формула (24) для искомого коэффициента k 3
Получен правильный числовой ответ 1